1. Зонна структура в н/п. Статистика електронів в н/п.
   1.1. Задача 1 (Користуючись воднеподібною моделлю визначити енергію іонізації донорних домішок у Ge).
   1.2. Задача 2 (Знайти положення рівня Фермі відносно середини забороненої зони та накреслити зонну діаграму).
   1.3. 1.1.
   1.4. 1.4.
   1.5. 4.1.
   1.6. 1.1 на ст..10.
   1.7. 4.2.
   1.8. 4.3.
   1.9. 4.4 на ст..49.
2. Екситони.
   2.1. 4.7.
   2.2. 4.11.
   2.3. 4.15.
   2.4. 4.13.
   2.5. 4.15 (інший спосіб).
   2.6. 4.15 (обчислення інтегралу).
3. Нерівноважні електрони і дірки.
4. Рівняння неперервності.
   4.1. 3.1 на ст..33.
   4.2. 3.4 на ст..41.
   4.3. 3.5 на ст..41.
   4.4. 3.6 на ст..41.
   4.5. 3.1 на ст..40.
5. Квазірівні Фермі (невироджений та вироджений н/п).
6. Довжини дифузії дрейфу.
   6.1. 3.2.
   6.2. 3.2 (2-й варіант розв'язку).
   6.3. 3.3.
   6.4. 3.2 (якийсь короткий розв'язок).
   6.5. 3.3 (2-й варіант розв'язку).
7. Іонізація домішок.
8. Умови рівноваги тіл, що знаходяться в контакті.
   8.1. 3.7 на ст..41.
   8.2. 3.19 на ст..40.
   8.3. 3.8.
   8.4. 3.11.
9. Рекомбінація зона-зона.
10. Час життя нерівноважних e і h.
    10.1. 3.32.
    10.2. 3.33.
    10.3. 3.35.
    10.4. 3.21.
11. Поверхнева рекомбінація.
    11.1. 5.1.
    11.2. 5.6.
    11.3. 5.19.
    11.4. 5.14.

Статистика електронів в н/п

Задача 1. Користуючись воднево-подібною моделлю визначити енергію іонізації донорних домішок у германії

Задача 2. Зразок Si легований миш'яком з концентрацією $N_d = 10^{17}$ см$^{-3}$. Визначити рівноважну концентрацію дірок p_0 при $T = 300$ K. Знайти положення рівня Фермі E_F відносно середини забороненої зони $E_{1/2}$ та накреслити зонну діаграму.

Водневодні домішки: Задача 1

$$U(\bar{r}) = \underset{\text{сорт}}{U_B(\bar{r}) - U_A(\bar{r})}$$

$$U_A(\bar{r}) = -\frac{Z_A e^2}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r r}; \quad U_B(\bar{r}) = -\frac{Z_B e^2}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r r}$$

$$U(r) = -\frac{(Z_B - Z_A) e^2}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r r}, \quad \Delta Z = -(Z_A - Z_B) \qquad (17)$$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m_\gamma^*}\nabla^2 + U(\bar{r})\right]\psi(\bar{r}) = E_\gamma \psi(\bar{r}) \qquad (13)$$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m_\gamma^*}\nabla^2 - \frac{\Delta Z \cdot e^2}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r r}\right]\psi(\bar{r}) = E\psi(\bar{r})$$

Перепозначимо: $e^* = \left(\frac{\Delta Z}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r}\right)^{1/2} e$

Рівняння набуде вигляду:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m^*}\nabla^2 - \frac{e^{*2}}{r}\right]\psi(\bar{r}) = E\psi(\bar{r})$$, тоді:

енергія іонізації домішки:

$$E_n = -\frac{m^* e^{*4}}{2\hbar^2 n^2}, \quad n = 1, 2, 3 \ldots$$

$$E_n = -\frac{m^* (\Delta z)^2 e^4}{2\hbar^2 (4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r)^2 n^2}, \quad n = 1, 2, 3$$ – при підстановці e^*

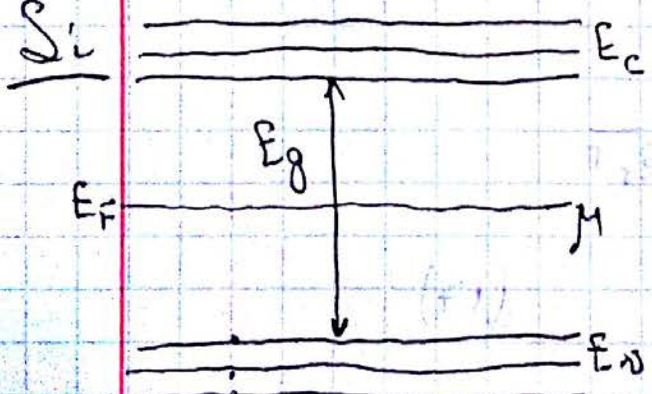
Якщо $n = 1$ (енергія зв'язку електрона в основному стані)

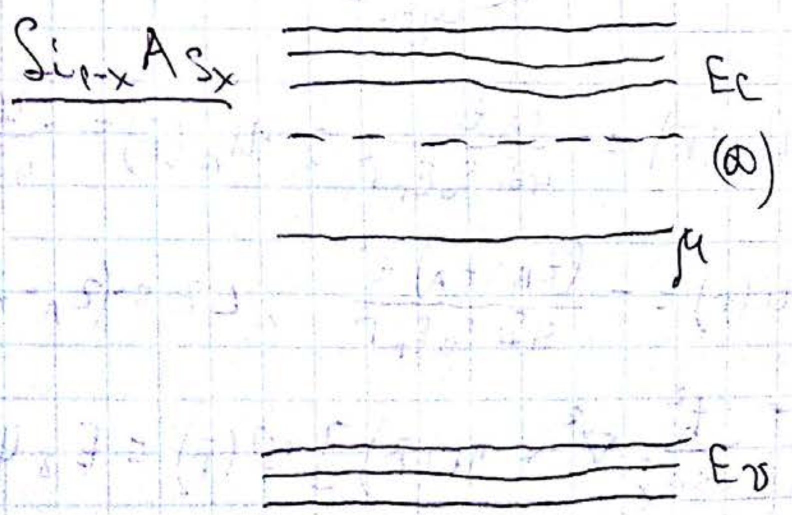
$$E = -\frac{m^* e^4}{2\hbar^2 (4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r)^2}$$ – для атому водню

$Si_{1-x}As_x$

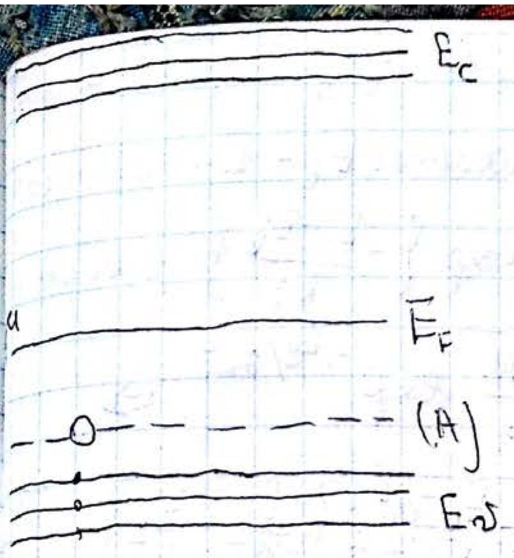
$A = Si$, $z_A = 4$ $\quad \Delta z = z_B - z_A = 1$

$B = As$, $z_B = 5$ $\quad z_B, z_A$ = валентності





Аналогічно для акцепторів. Елемент III групи. Валентність 3.



Al - акцепторна домішка.
Рівень Фермі опускається вниз до валентної зони.

Задача 2

$N_d = 10^{17}$ см$^{-3}$

$n_i = 1{,}5 \cdot 10^{10}$ см$^{-3}$

$T = 300$ K

p_0 - ?; $\left(E_F - \frac{E_g}{2}\right)$ - ?

Оскільки $N_d >> n_i$, тому рівноважна концентрація: $n = n_0 = N_d$

Формула ефективних мас: $np = n_i^2$, підставляємо n:

$$p = \frac{n_i^2}{N_d} = \frac{2{,}3 \cdot 10^{20}}{10^{17}} \text{ см}^{-3} = 2{,}3 \cdot 10^{3} \text{ см}^{-3}$$

$$p = N_v e^{-\frac{E_F - E_v}{kT}} \underset{\text{логарифмуємо}}{\Rightarrow} E_F = kT \ln \frac{N_v}{p} + E_v$$

(N_v — кількість станів в зоні валентності)

Обираємо систему так, щоб E_V, тоді:

$$E_F - E_i = \frac{\Delta E_g}{2} - kT \ln \frac{N_v}{p} = \frac{\Delta E_g}{2} - kT \ln \frac{N_v N_d}{n_i^2}$$

Треба знайти N_v ⇒ відповідь.

II спосіб.

$$n_0 \overset{=N_d}{=} N_c \exp\left\{-\frac{E_c - E_F}{kT}\right\} \Rightarrow \quad ; \quad n_i = N_c \exp\left\{-\frac{E_c - E_{F_i}}{kT}\right\}$$

Відношення: $\frac{n_0}{n_i} = \exp\left\{\frac{E_F - E_{F0}}{kT}\right\}$ ⇒ логарифмуємо:

$E_F - E_i = kT \ln n_0/n_i = kT \ln N_d/n_i = \frac{1}{40} \ln \frac{10^{17}}{1{,}5\cdot 10^{10}} \approx 0{,}406$ еВ

Треба знайти $E_c - E_i$

$$n_i = N_c \exp\left\{-\frac{E_c - E_i}{kT}\right\}$$

$$||$$

$$n_i = \sqrt{\frac{N_c N_v}{1}} \exp^{-E_g/2kT} \Rightarrow$$

$$\sqrt{\frac{N_c}{N_v}} = \exp\left(-\frac{E_g}{2kT} + \frac{E_c}{kT} - \frac{E_i}{kT}\right)$$

Д/з

приклади: 4.1; 1.4; 1.1 конспектувати

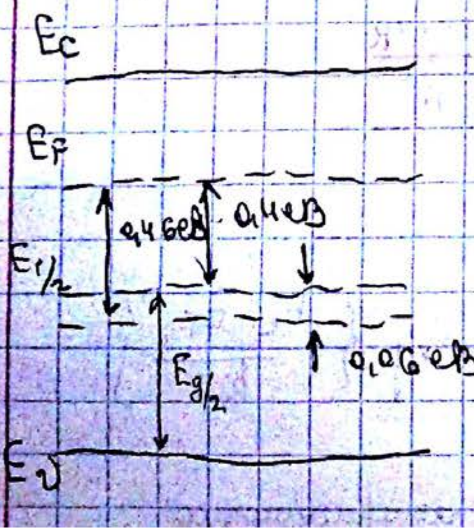
$$-\frac{E_g}{2kT} + \frac{E_c - E_i}{kT} = \frac{1}{2} \ln \frac{N_c}{N_v}$$

$$E_g = 2(E_c - E_i) - kT \ln \frac{N_c}{N_v}$$

$$E_c - E_i = \frac{E_g}{2} + kT \ln \frac{N_c}{N_v} = 1{,}1 - 0{,}006 = 0{,}544 \text{ еВ}$$

$$E_c - E_i = 1\underbrace{\left(\frac{E_g}{2} - \frac{kT}{1} \ln \frac{N_v}{N_c}\right)}_{E_{F\,еф}}$$

Діаграма:



Енергія зв'язку електрона в основному стані, що відповідає квантовому числу $n=1$ для воднеподібної моделі дрібного донорного центра: Д/з 1.1.

$$E = \frac{m_n^* e^4}{8(\varepsilon_0 \varepsilon_r)^2 h^2} = \frac{0{,}12\,(9{,}1\cdot10^{-31})(1{,}6\cdot10^{-19})^4}{8(8{,}85\cdot10^{-12}\cdot16)(6{,}63\cdot10^{-34})^2} = 1{,}02\cdot10^{-21}\,(Дж) = 6{,}4\cdot10^{-3}\,еВ$$

1.4.

Ge

$T_1 = 200K$

$T_2 = 300K$

$E_F - ?;\ n(T) - ?$

$n_0 = N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{kT}\right)$ – для власного напівпровідника

$p_0 = N_v \exp\left(-\frac{E_F - E_v}{kT}\right)$ – у невиродженому випадку

Рівняння електронейтральності: $n_0 = p_0$

$N_v = 2\left(\frac{2\pi m_{pd}^* kT}{h^2}\right)^{3/2}$; $N_c = 2\left(\frac{2\pi m_d^* kT}{h^2}\right)^{3/2}$ – щільність станів

$$\exp\left(\frac{2E_F - E_c \cdot E_v}{kT}\right) = \frac{N_v}{N_c} = \left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right)^{3/2}$$

$$E_F = \frac{1}{2}(E_c + E_v) + \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2} kT \ln\frac{m_p}{m_n} = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{3}{4} kT \ln\frac{m_p}{m_n}$$

Власна концентрація: $n_i = \sqrt{N_c N_v}\, e^{-E_g/2kT}$ за умови електронейтральності

$$n = \sqrt{\frac{N_c N_D}{2}}\, e^{-\Delta E_D/kT}$$

$$\frac{n_1}{n_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{3/2} \exp\left[-\frac{1}{2k}\left(\frac{E_g(T_1)}{T_1} - \frac{E_g(T_2)}{T_2}\right)\right] \approx 3{,}2\cdot10^3$$

4.1

AsGa

$d = 0{,}5$ мкм

$h\nu = 2$ еВ

$I = I_0 \exp(-\alpha d) = 10\cdot e^{-5\cdot10^6\cdot0{,}5\cdot10^{-6}} = 0{,}82\,(мВт)$

Енергія, що поглинається:

$I_{погл} = I - I_0 = 0{,}18\,(мВт)$

$\mathcal{I}_0 = 10$ мВт

$\alpha = 5 \cdot 10^4$ см$^{-1}$

$\mathcal{I}_{погл} - ?$

Відповідь: $\mathcal{I}_{погл} = 9,18$ мВт.

1.1. ст. 10 $n_i = f(1/T)$; Ge, AsGa, Si

розписали E_g

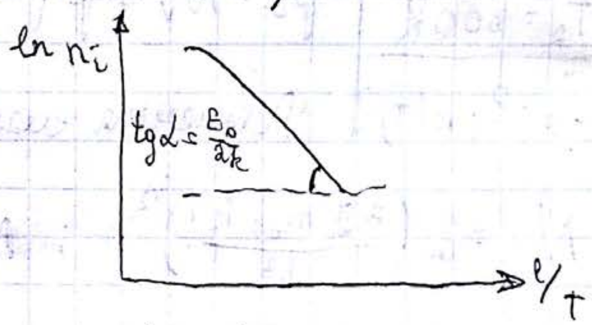
$$n_i = \sqrt{N_c N_v}\, exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right) \overset{\text{підставили } N_c, N_v}{=} \sqrt{2\left(\frac{2\pi kT m_{pd}}{h^2}\right)^{3/2} 2\left(\frac{2\pi kT m_d}{h^2}\right) exp\left(-\frac{E_g^{(0)}+\gamma T}{2kT}\right)} =$$

$$= 2\left(\frac{2\pi kT}{h^2}\right)^{3/2} \sqrt{m_{pd}^{3/2} m_d^{3/2}}\, exp\left(-\frac{E_g^{(0)}}{2kT}\right) exp\left(-\frac{\gamma}{2k}\right)$$

$$n_i \sim T^{3/2}\, exp\left(-A/T\right)$$

Заміна $x = 1/T$

$$n_i \sim x^{-3/2}\, exp(-Ax)$$



4.2. AsGa

$d = 0,5$ мкм

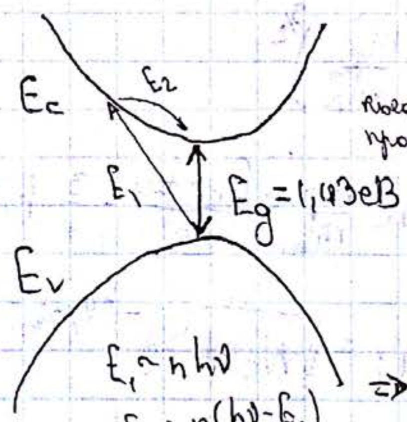
$h\nu = 2$ еВ

$\mathcal{I}_0 = 10$ мВт

$\alpha = 5 \cdot 10^{-4}$ см$^{-1}$

$T = 300$ K

$E - ?$



$$\beta = \frac{h\nu - E_g}{h\nu} = \frac{2 - 1,43}{2} = 0,285$$

коефіцієнт проходження

$$E = \beta\, \mathcal{I}_a = 0,285 \cdot 9 = 2,57 \cdot 10^{-3} Дж$$

падаючий потік

$= 2,57$ мВт$\cdot$с

$E_1 \sim n h\nu$

$E_2 \sim n(h\nu - E_g)$ $\Rightarrow$ $\delta E = \frac{h\nu - E_g}{h\nu}$

$E_2 + E_g = E_1$ - закон збереження енергії

4.3. $d = 0,5$ мкм

$t = 1$ с

$V = 1$ см^3

$$N_\phi = \frac{\overset{=P}{\mathcal{I}_a}}{h\nu} \quad з \quad \mathcal{I}_a = N_\phi h\nu$$

β - число пар, що генерується при поглинаєтьсся 1 фотона.

$\beta = 1$
$S = 1\ см^2$
$G - ?$

$N_ф = 2{,}8 \cdot 10^{16}$ $V = Sd = \frac{1}{2} \cdot 10^{-4}\ см^3$

$G = \frac{\beta N_ф}{V} = 5{,}6 \cdot 10^{20}$ пар$/см^3 \cdot с$

4.4. ст. 49

GaAs
$P = 150$ мВт
$\lambda = 0{,}6328$ мкм
$d = 1$ мм
$\alpha = 3 \cdot 10^4\ см^{-1}$
$N_ф - ?;\ Q - ?$

$I = I_0 e^{-\alpha x}$

$I(0) = I_0 = P$

$I_a = I - I_0 = P(1 - e^{-\alpha x}) = P(1 - \exp(-\alpha d)) =$

$= 150(1 - \exp(-3 \cdot 10^6 \cdot 10^{-3})) \approx 150$ (мВт)

$N_ф = \frac{I_a}{h\nu} = 4{,}8 \cdot 10^{17}$

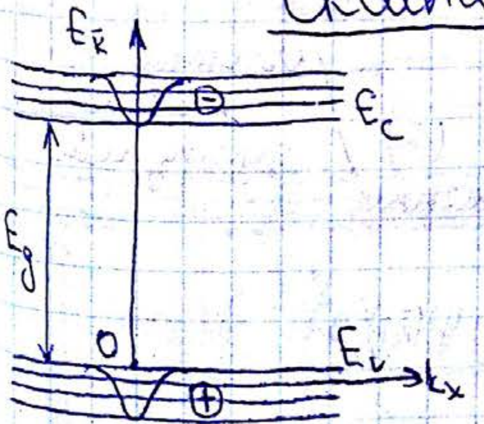
$h\nu = 6{,}6 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{0{,}63 \cdot 28 \cdot 10^{-6}} \approx 1{,}96$ (еВ)

$\beta = \frac{h\nu - E_g}{h\nu} = \frac{1{,}96 - 1{,}42}{1{,}96} \approx 0{,}276$

$Q = \beta I_a = 41{,}3 \cdot 10^{-3}$ (Дж) ≈ 40 (мДж)

1. 1ст.
Д/З
4.7.
ст. 49

Екситони



$E_g = E_c - E_v \approx E_c$

$E_{\gamma k} = \frac{\hbar^2}{2m_\gamma^*} k^2 + E_0$, γ - індекс зони (або „c" або „v")

$\frac{1}{m_\gamma^*} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E_\gamma(\vec{k})}{\partial k_x^2}$ - отримується розкладом в ряд Тейлора енергії

покладаємо $E_v = 0$

/ розглядаємо чистий напівпровідник без домішок

$\frac{1}{m_e^*} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E_c(\vec{k})}{\partial k_x^2} \Big|_0 > 0$

$m_n = m_c^* > 0$ $\quad E_c(\bar{k}) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_n} + E_c$

$$\frac{1}{m_v^*} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E_v(\bar{k})}{\partial k_x^2}\Big|_{\bar{k}} < 0$$

$-m_p = m_v^* < 0 \Rightarrow m_p > 0$

$\boxed{E_v(\bar{k}) = \frac{\hbar^2 k^2}{-2m_p}}$. Запишемо $E_c(\bar{k}) - E_v(\bar{k})$:

$$E_c(\bar{k}) - E_v(\bar{k}) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_n} + E_c - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_v^*} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_n} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_p} + E_c$$

$E = E_c(\bar{k}) - E_v(\bar{k}) + U(\bar{r}_n, \bar{r}_p) + E_c$. Робимо заміну:

$\bar{k}_n \to -i\nabla_{\bar{r}_n}$, $\quad \bar{k}_p \to -i\nabla_{\bar{r}_p}$ $\Rightarrow$ отримуємо рівняння Шредінгера

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m_n}\nabla^2_{\bar{r}_n} - \frac{\hbar^2}{2m_p}\nabla^2_{\bar{r}_p} + U(\bar{r}_n, \bar{r}_p) + E_g\right)\Psi(\bar{r}_n, \bar{r}_p) = E\Psi(\bar{r}_n, \bar{r}_p)$$

$(m_p > m_n)$ $\quad U(\bar{r}_n, \bar{r}_p) = -\frac{e^2}{\varepsilon_0|\bar{r}_n - \bar{r}_p|}$ – потенціальна енергія

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m_n}\nabla^2_{\bar{r}_n} - \frac{\hbar^2}{2m_p}\nabla^2_{\bar{r}_p} - \frac{e^2}{\varepsilon_0|\bar{r}_n - \bar{r}_p|} + E_g\right)\Psi(\bar{r}_n, \bar{r}_p) = E\Psi(\bar{r}_n, \bar{r}_p) \quad (1)$$

$$\begin{cases} \bar{R} = \frac{m_n\bar{r}_n + m_p\bar{r}_p}{M}, \text{ де } M = m_n + m_p \\ \bar{r} = \bar{r}_n - \bar{r}_p \text{ – вектор відносного положення} \end{cases} \quad (2)$$

вводимо вектор центру мас

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2M}\nabla^2_{\bar{R}} - \frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2_{\bar{r}} - \frac{e^2}{\varepsilon_0 r}\right)\Psi(\bar{R}, \bar{r}) = (E - E_g)\Psi(\bar{R}, \bar{r}) \quad (3)$$

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_n} + \frac{1}{m_p} = \left(\frac{m_n m_p}{m_n + m_p}\right)^{-1} \quad (4)$$

$\Psi(\bar{R}, \bar{r}) = \chi(\bar{R})\,\varphi(\bar{r})$ $\quad$ (5) розділяємо змінні

$$-\frac{\hbar^2}{2M}\nabla^2_{R}\,\chi(\bar R) = W\chi(\bar R) \qquad (6)$$

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2_{r} - \frac{e^2}{\varepsilon_0 r}\right)\varphi(\bar r) = \varepsilon\varphi(\bar r) \qquad (7)$$

$$E - E_g = W + \varepsilon \qquad (8)$$

$$\chi(\bar R) = \frac{1}{\sqrt{\Omega}}\, e^{i\bar k \bar R} \qquad (9)$$, Ω – нормований коефіцієнт

$$W = \frac{\hbar^2 k^2}{2M} \qquad (10)$$

$e^* = \frac{e}{\sqrt{\varepsilon_0}}$, $e^{*2} = \frac{e^2}{\varepsilon_0}$, ε_0 – це ε при $\omega = 0$

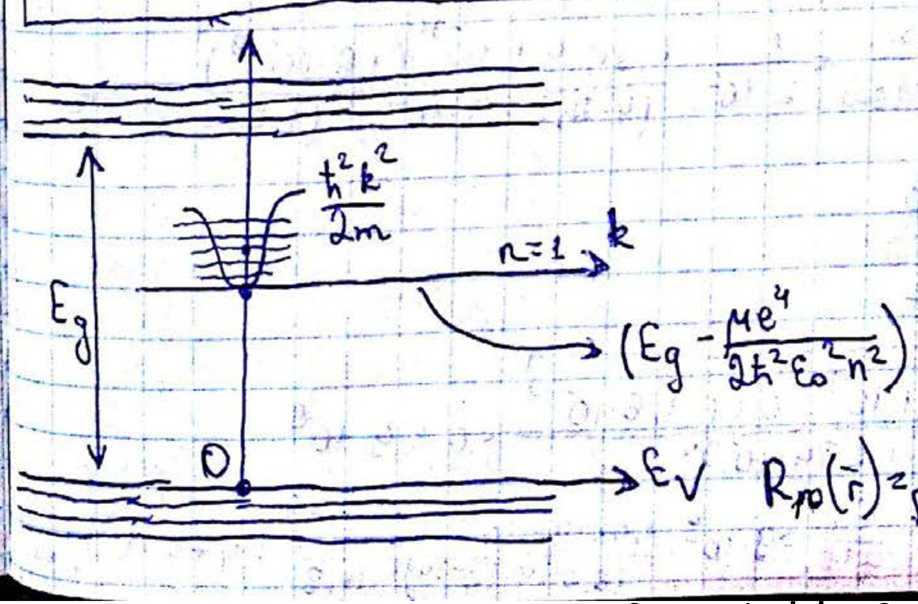
$$\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2_{r} - \frac{e^{*2}}{r}\right)\varphi(\bar r) = \varepsilon\varphi(\bar r) \qquad (11)$$ – рівняння Шредінгера для атому водню

$$\varphi(r, \theta, \varphi) = R_{nl}(r)\, Y_{lm}(\theta, \varphi) \qquad (12)$$

$\varepsilon = -\frac{\mu e^{*4}}{2\hbar^2 n^2}$, $n = 1, 2, 3, \ldots$ (13) ; $\varepsilon_n = -\frac{\mu e^4}{2\hbar^2 \varepsilon_0^2 n^2}$, $n = 1, 2, 3, \ldots$ (14)

$E = E_g + \varepsilon_n + W_r$, остаточно

$$\boxed{E_{n,\bar k} = E_g - \frac{\mu e^4}{2\hbar^2\varepsilon_0^2 n^2} + \frac{\hbar^2 k^2}{2M}} \; , \; n = 1, 2, 3, \ldots \qquad (15)$$



$E_g = E_C - E_V$

при $E_V = 0 \Rightarrow E_g = E_C$.

$R_{10}(\bar r) = \frac{1}{\sqrt{\pi r_B^{*3}}}\, e^{-\frac{r}{r_B^*}}$, де $r_B^* = \frac{\hbar^2}{\mu e^{*2}} = \frac{\hbar^2 \varepsilon_0}{\mu e^2}$

4.7. $E_{\text{ексимона}} = \frac{\mu e^4}{2\hbar^2 \varepsilon_0^2} = \underbrace{\left(\frac{me^4}{2\hbar^2}\right)}_{13{,}6 \text{ - стала Рідберга}} \cdot \frac{\mu}{m\varepsilon_0^2}$

$\mu = \frac{0{,}56 \cdot 0{,}36}{0{,}92} m_e = 0{,}21 m_e$

$E_{\text{іон}}(Ge) = \frac{me^4}{2\hbar^2} \cdot \frac{m_n}{m} \left(\frac{\Delta z}{\varepsilon_0}\right)^2 \cdot \frac{1}{n^2}$

$\frac{E_{exc}}{E(Ge)} = \frac{\mu}{m_n} = \frac{0{,}21}{0{,}56} = 0{,}375$ $\quad | \varepsilon = k_B T$

$T = \frac{\varepsilon}{k_B} = \left(\frac{me^4}{2\hbar^2}\right) \frac{\mu}{\varepsilon_0^2 k_B m} = \frac{13{,}6 \cdot 0{,}21}{(8{,}85 \cdot 10^{-12})^2 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23}} \approx \ldots$

4.11 $E_{\text{іон}} = 0{,}05 \div 0{,}03 \text{ eВ}$

діапазон λ - ?

$\lambda_i = \frac{hc}{E_i}$

$\lambda_1 = \frac{hc}{E_1} = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0{,}03 \text{eВ}} = \frac{1{,}25 \cdot 10^{-5} \text{ eV см}}{0{,}03 \text{eV}} =$

$= 2{,}5 \cdot 10^{-4} \text{ см} = \boxed{2{,}5 \mu м}$ ← діапазон

$\lambda_2 = \frac{hc}{E_2} = \frac{1{,}25 \cdot 10^{-5} \text{ eV} \cdot \text{см}}{0{,}05 \text{eV}} = \boxed{4{,}2 \mu m}$

Д/з
4.13
4.15

Ge, Si

$E_g(Si) = 1{,}1 \text{eВ}$

$E_g(Ge) = 0{,}78 \text{eВ}$

$E_I^{(0)} = \frac{\Delta z^2}{\varepsilon^2} \left(\frac{m^*}{m}\right) \frac{me^4}{\hbar^2} = \frac{(\Delta z)^2}{2(4\pi\varepsilon_0\varepsilon)^2} \cdot \frac{m^* e^4}{\hbar^2}$

Для Ge ($m^* = 0{,}25$) $\varepsilon = 16$

$E^{(0)}_{I(Ge)} = \frac{1}{2 \cdot 16^2} \cdot \frac{0{,}25 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} (1{,}6 \cdot 10^{-19})^4}{(4 \cdot \pi \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12})^2 (1{,}054 \cdot 10^{-34})^2} =$

$= 2{,}1 \cdot 10^{-21} \text{ Дж} = 10^{-2} \text{ eВ}$

$p = \hbar k, \; E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \Rightarrow$

$k = \sqrt{\frac{2m^* E}{\hbar^2}} = \frac{\sqrt{2 \cdot 0{,}25 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 0{,}01 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}}{1{,}054 \cdot 10^{-34}} = 0{,}29 \cdot 10^9$

Si: $R_{\text{дон}} = \sqrt{k_0^2 \frac{2m^{*2} e^4}{\hbar^2 2\hbar^2 \varepsilon^2}} = k_0 \frac{m^* e^2}{\hbar^2 \varepsilon} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1{,}08 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} (1{,}6 \cdot 10^{-19})^2}{(1{,}054 \cdot 10^{-34})^2 \cdot 11{,}8} = 1{,}72 \cdot 10^9 \left(1/м\right)$

4.13

$$n_{екс} = \frac{1}{V_{екс}} = \frac{3}{4\pi r^3_{екс}} \simeq \frac{1}{r^3_{екс}}$$

$$\omega\tau = 1 \; ; \quad g = n_{екс} \cdot 10$$

$$g = \frac{n_{екс}}{\tau} = \frac{1}{10^{-21} \cdot 4 \cdot 10^{5}} = 0.25 \cdot 10^{16} \, \frac{см^{-3}}{c}$$

4.15 (інший спосіб)

Загальний розв'язок $\varphi(r, \theta, \varphi) = R_{nl}(r)\, Y_{lm}(\theta, \varphi)$

$$R_{10}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi r_B^{*3}}} \exp\left\{-r/r_B^*\right\}, \text{ де } r_B^* = \frac{\hbar^2}{m^* e^{*2}} = \frac{\hbar^2 \varepsilon}{m^*(\Delta z) e^2}$$

$e^* = \dfrac{e}{\sqrt{\varepsilon_0}}$ / ми взяли $n=1, l=0$.

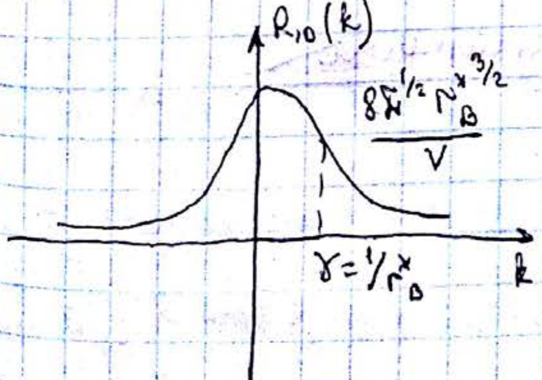
$$f(r) = \sum_k f e^{i\bar{k}\bar{r}} \; ; \quad f(\bar{k}) = \frac{1}{V} \int f(\bar{r})\, e^{-i\bar{k}\bar{r}}\, dv$$ – загальний вигляд перетворення Фур'є

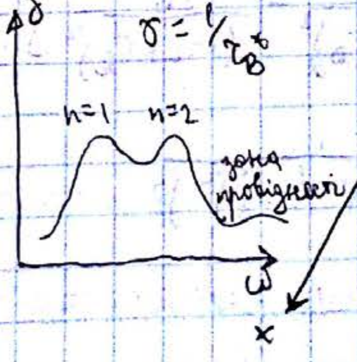
$$R_{10}(r) = \sum_k R_{10}(\bar{k})\, e^{i\bar{k}_z \bar{r}} = \frac{1}{V} \int R_{10}(r)\, e^{-i\bar{k}_z \bar{r}}\, dv =$$

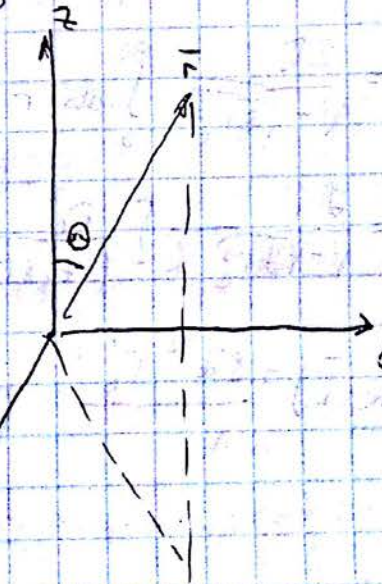
$$\frac{1}{V} \int e^{i(\bar{k}-\bar{k}')}\, dv = \delta_{\bar{k}, \bar{k}'}$$

$$= \frac{1}{V} \int_0^\infty \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{1}{\sqrt{\pi r_B^{*3}}}\, e^{-ikr\cos\theta}\, r^2 \sin\theta\, dr\, d\theta\, d\varphi\, e^{-r/r_B^*}$$

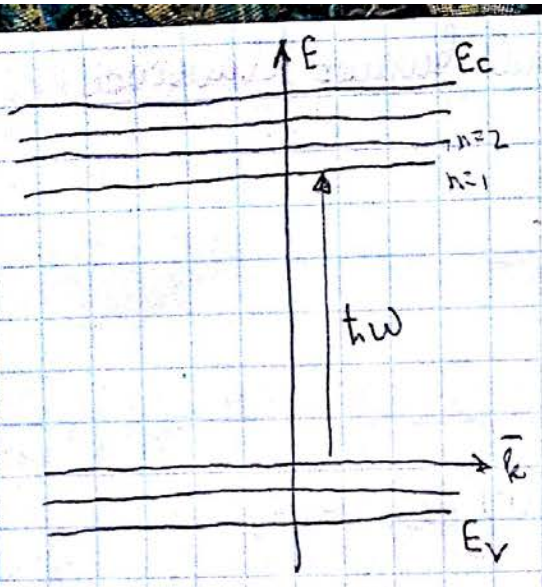
$$R_{10}(\bar{k}) = \frac{8\sqrt{\pi}\, r_B^{*1/3}}{V} \cdot \frac{1}{(1+(k r_B^*)^2)^2}$$ – відповідь

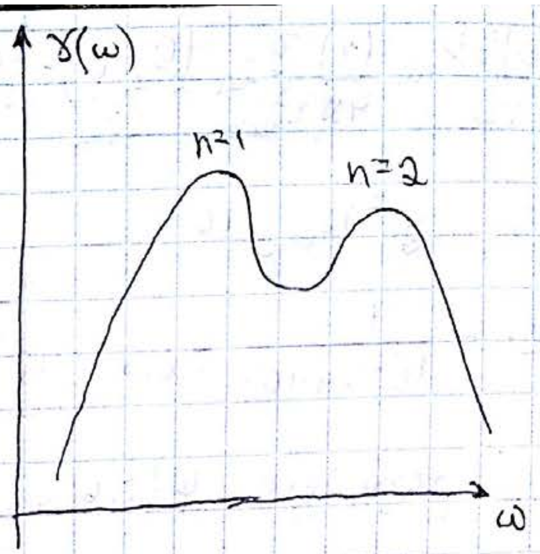






$$R_{10}(r) = \sum_k R_{10}(\bar{k})\, e^{i\bar{k}'\bar{r}} \; ; \quad R_{10}(\bar{k}') = 8\pi^{1/2}\, r_B^{*3/2} \cdot \frac{1}{(1+(k' r^*)^2)}$$





4.15 $\psi(r,\theta,\varphi) = R_{nl}(R)\, Y_{lm}(\theta,\varphi)$

…исленна

…ану

$$R_{10} = \frac{1}{\sqrt{\pi r_B^{*3}}}\, e^{-r/r_B}$$

$$R_{10} = \sum_{k} R_{10}(\bar{k})\, e^{i\bar{k}\bar{r}}$$

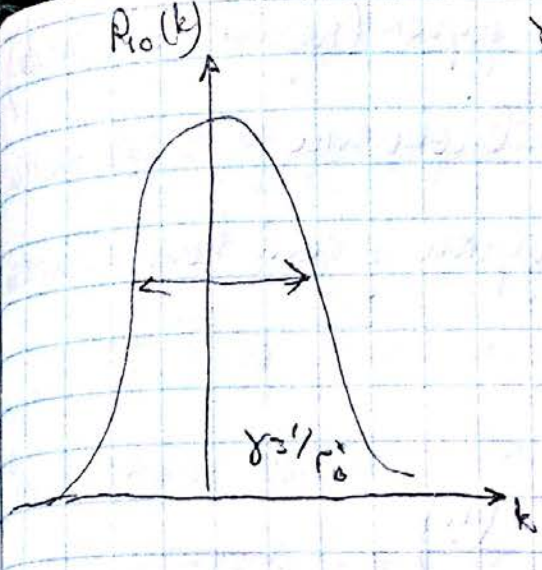
$$R_{10}(\bar{k}) = \frac{1}{V}\int_0^\infty \frac{e^{-r/r_B}}{\sqrt{\pi r_B^3}}\, e^{-ikr\cos\theta}\, r^2 \sin\theta\, dr\, d\theta\, d\varphi =$$

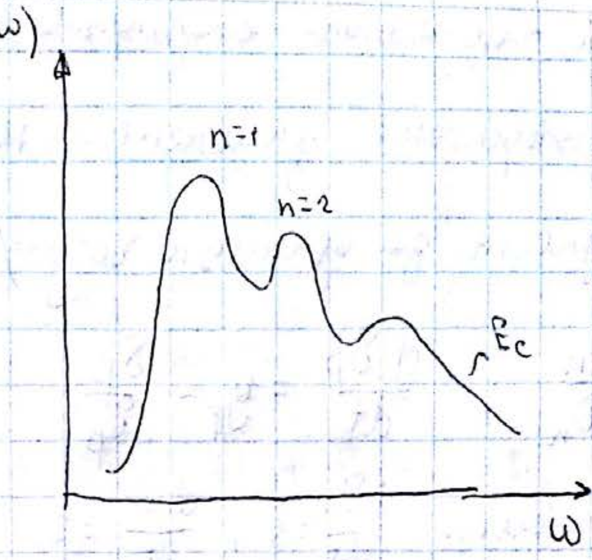
$$= \frac{2\pi}{V\cdot\sqrt{\pi r_B^3}} \int_0^\infty \int_{-1}^{1} r^2 e^{-r\left(\frac{1}{r_B} + ik\cos\theta\right)} dr\, d\cos\theta = \frac{2\pi}{V\cdot\sqrt{\pi r_B^3}} \int_0^\infty dr\, r^2 e^{-r/r_B} \sin kr =$$

$$= \frac{2\pi}{V\cdot\sqrt{\pi r_B^3}} \int_0^\infty dr \cdot r\, e^{-r/r_B}\left[e^{ikr} - e^{-ikr}\right] =$$

$$= \frac{\pi i}{V\cdot\sqrt{\pi r_B^3}\, k}\left[\frac{r_B^2}{(1+ikr_B)^2} - \frac{r_B^2}{(1-ikr_B)^2}\right].$$ Окончательно

$$R(\bar{k}) = \frac{8\pi^{1/2}\, r_B^{*3/2}}{V} \cdot \frac{1}{\left(1+(kr_B^*)^2\right)^2}$$





Інжекція, дифузія, дрейф та рекомбінація надлишкових носіїв заряду

Нерівноважні електрони і дірки

$\delta n = n - n_0$, $\delta p = p - p_0$ $\qquad$ n_0, p_0 - рівноважні концентрації

$$\frac{d\delta n}{dt} = g_n - R_n \qquad \frac{d\delta_p}{dp} = g_p - R_p \qquad (1)$$

g_n, g_p - темпи генерації електронів і дірок, зумовлена наявністю поля. і взаємодії.

R_n, R_p - темп рекомбінації електронів і дірок

$$R_n = r_n - g_{nT}, \qquad R_p = r_p - g_{pT} \qquad (2)$$

r_n, r_g - темп захвата електрона і дірки

g_{nT}, g_{pT} - темп зворотньої теплової генерації електронів і дірки

$$R_n = n - n_0/\tau_n = \delta n/\tau_n; \quad R_p = p - p_0/\tau_p = \delta p/\tau_p \qquad (3), (4)$$

τ_n, τ_p - середній час життя електронів і дірок (нерівноважених)

$1/\tau_n$, $1/\tau_p$ - ймовірність зникнення нерівноважного електрона з зони провідності за одиницю часу / дірки з зони валентності.

$$\frac{d\delta n}{dt} = g_n - \frac{\delta n}{\tau_n}; \quad \frac{d\delta p}{dt} = g_p - \frac{\delta p}{\tau_p}$$

У стані рівноваги $\frac{d\delta n}{dt} = 0$; $\frac{d\delta p}{dt} = 0$ (5)

$(\delta n)_s = g_n \tau_n$; $(\delta p)_s = g_p \tau_p$ - в стані рівноваги.

Розглядаємо диференціального рівняння:

$$\frac{d\delta n}{dt} + \frac{\delta n}{\tau_n} = g_n$$

Розглядаємо однорідне рівняння $\frac{d\delta n_0}{dt} + \frac{\delta n_0}{\tau_n} = 0$

Загальний розв'язок: $\delta n = \delta n_0 + \delta n_1$

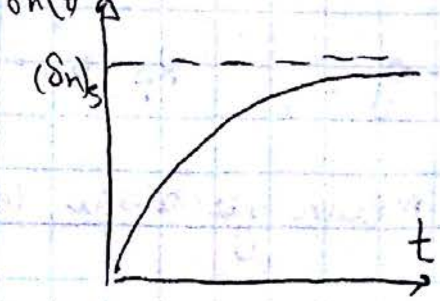
$\delta n_0 = Ce^{-t/\tau_n}$; $\delta n_1 = g_n \tau_n \Rightarrow \boxed{\delta n = Ce^{-t/\tau_n} + g_n \tau_n}$

Розглянемо граничні умови

I. $\delta n(0) = 0$

$$C + g_n \tau_n = 0 \Rightarrow C = -g_n \tau_n \Rightarrow \delta n = g_n \tau_n (1 - e^{-t/\tau_n})$$

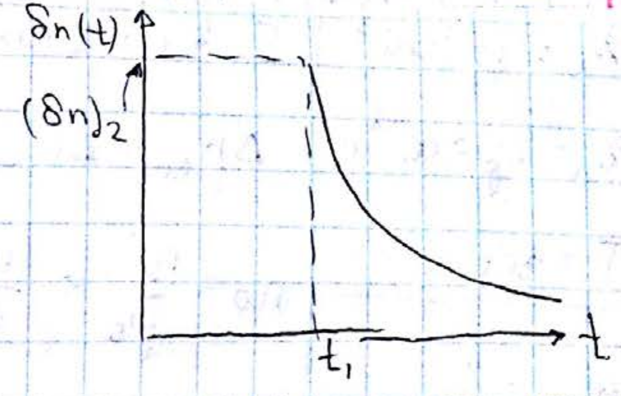
$\delta n(t) = (\delta n)_s (1 - e^{-t/\tau_n})$, де $(\delta n)_s = g_n \tau_n$



II. $g_n(t)\big|_{t \geq t_1} = 0$

$\delta n(t)\big|_{t=t_1} = (\delta n)_1 \Rightarrow \delta n(t_1) = (\delta n)_1$

$Ce^{-t_1/\tau_n} = (\delta n)_1 \Rightarrow C = e^{+t_1/\tau_n}(\delta n_1)_1$



$$\delta n(t)\Big|_{t \geq t_1} = (\delta n)_1 e^{-(t-t_1)/\tau_n}$$

Треба враховувати дифузії.

Рівняння неперервності

Запишемо ЗЗЗ для н/п: $\frac{\partial}{\partial t}(ep)_{рух} + \operatorname{div}\vec{j} = 0$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)_{рух} = -\frac{1}{e}\operatorname{div}\vec{j}_p \qquad (1)$$

З заряду для електронів: $\frac{\partial}{\partial t}(-en)_{рух} + \operatorname{div}\vec{j}_n = 0$

$$\left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_{рух} = \frac{1}{e}\operatorname{div}\vec{j}_n \qquad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{d\delta p}{dt} + \left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)_{рух} \Rightarrow \boxed{\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)_{рух} = g_p - \frac{\delta p}{\tau_p} - \frac{1}{e}\operatorname{div}\vec{j}_p} \qquad (3)$$

$$\vec{j}_p = \sigma_p \vec{E} = -eD_p \vec{\nabla} p$$

$$\sigma_p = ep\mu_p$$

(3) і (4) – рівняння неперервності для n і p

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial \delta n}{\partial t} + \left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_{рух}$$

$$\boxed{\left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_{рух} = g_n - \frac{\delta n}{\tau_n} + \frac{1}{e}\operatorname{div}\vec{j}_n} \qquad (4)$$

$$\vec{j}_n = \sigma_n \vec{E} = eD_n \nabla n, \quad \sigma_n = en\mu_n$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right) = g_p - R_p - \frac{1}{e}\operatorname{div}\vec{j}_p \qquad (3')$$

$$\left(\frac{\partial n}{\partial t}\right) = g_n - R_n + \frac{1}{e}\operatorname{div}\vec{j}_n \qquad (4')$$

$N_a = 10^{14}$ см$^{-3}$

$\tau_n = \tau_p = 10^{-8}$ с

$T = 300$ K

g_{max} – ?

$E_a \approx 0{,}03$ еВ (табличні дані)

$\Delta p_{ст} = \Delta n_{ст} \le 0{,}1 p_0$ – низький рівень збудження

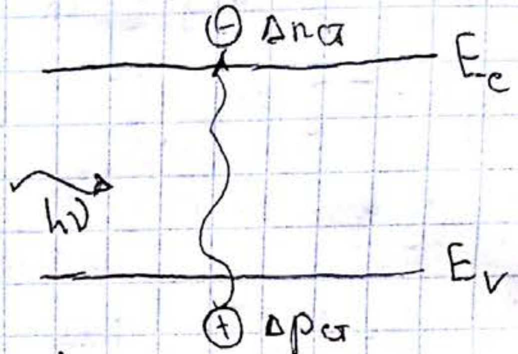
$$n_0 = \frac{n_i^2}{p_0} = \frac{(10^6)^2}{10^{14}} = 10^{-2} \text{ см}^{-3}$$

$n_i = 10^6$ см$^{-3}$ ($T = 300$ K, GaAs)

$p_0 = N_a e^{-E_a/kT} \approx N_a \Rightarrow n_0 \ll p_0$

$\Delta n_{ст} = \Delta p_{ст} \le 0{,}1 p_0$

$\Delta p_{ст} \ge G \cdot \tau_p$



$$G \le \frac{0{,}1 p_0}{\tau_p} = \frac{0{,}1 N_a}{\tau_p} = \frac{0{,}1 \cdot 10^{14}}{10^{-8}} = 10^{21} \ (\text{см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1})$$

Відповідь: $G \le 10^{21}$ (см$^{-3}$·с$^{-1}$)

4 Si

$N_d = 2 \cdot 10^{17}$ см$^{-3}$

$\tau_n = \tau_p = 10^{-6}$ с

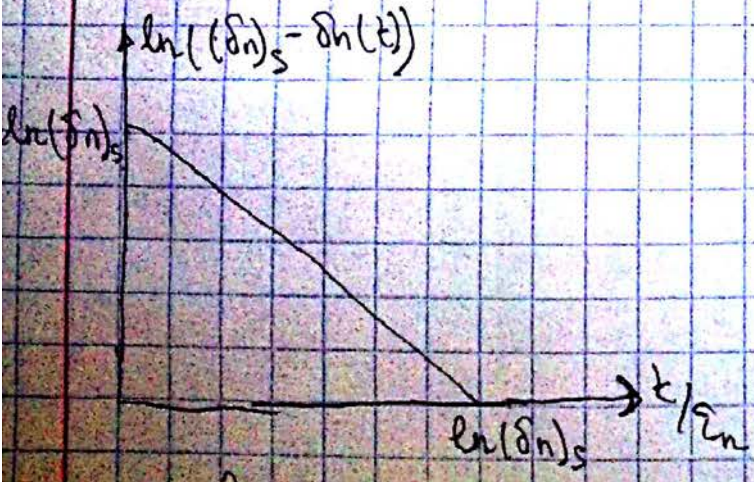
$\delta n(t) = (\delta n)_s (1 - e^{-t/\tau_n})$

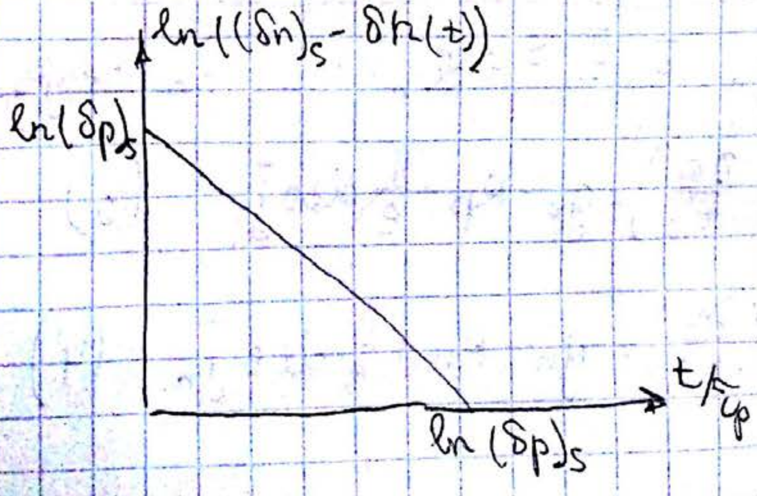
$G_n > G_p \Rightarrow (\delta n)_s > (\delta p)_s$

$\ln n(t) = \ln((\delta n)_s (1 - e^{-t/\tau_n}))$

$(\delta n)_s = \tau_n g_n$

$$\ln((\delta n)_s - \delta n(t)) = -t/\tau_n + \ln(\delta n)_s$$





$$p_0 = \frac{n_i^2}{n_0} = 1{,}3 \cdot 10^3 \text{ см}^{-3}$$

$R_n = \frac{n-n_0}{\tau_n} = \frac{\delta n}{\tau_n}$

$0, So\ \bar{E}=0$

$\frac{\partial n}{\partial t} = g_n - R_n - \frac{1}{e}\operatorname{div}\vec{j}_n$

$\frac{\partial n}{\partial t} = g_n - \frac{n}{\tau_n} + \frac{n_0}{\tau_n} \Rightarrow \dot{n} + \frac{n}{\tau_n} = g_n + \frac{n_0}{\tau_n}$

$\dot{n} + \frac{n}{\tau_n} = 0 \qquad n(t) = C(t)\exp(-t/\tau_n)$

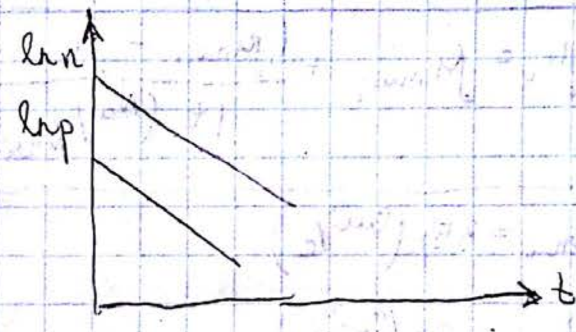
$C(t) = \int \left(g_n + \frac{n_0}{\tau_n}\right) e^{t/\tau_n}\,dt = \tau_n\left(g_n + \frac{n_0}{\tau_n}\right) e^{t/\tau_n} + C_1$

$n(t) = C_1 e^{-t/\tau_n} + \tau_n\left(g_n + \frac{n_0}{\tau_n}\right)$

$n(t=0) = N_0 \Rightarrow N_0 = C_1 + \tau_n g_n + n_0 \Rightarrow C_1 = (N_0 - n_0) - \tau_n g_n$

$n(t) = \tau_n g_n\left(1 - \exp(-t/\tau_n)\right) + n_0$

$p(t) = \tau_p g_p\left(1 - \exp(-t/\tau_p)\right) + p_0$



3.5, ст. 41

$\Delta n = \Delta p$ | $\Delta p = G\tau$

$G = 10^{19}$ пар/см³·с | $\Delta p = 10^{19}\cdot 10^{-6} = 10^{13}$ (см$^{-3}$)

$N_d = 2\cdot 10^{17}$ см$^{-3}$ | $n_0 = N_d \gg \Delta p = \Delta n$

3.6, ст. 41

Si, $N_d = 10^{15}$ см$^{-3}$ | $n = n_0 + \Delta n = n_i \exp((F_n - E_i)/kT)$

$G_{opt} = 10^{21}$ пар/см³·с | $p = p_0 + \Delta p = n_i \exp((E_i - F_p)/kT)$

$\tau_n = \tau_p = 10^{-6}$ сек | $F_n - E_i = kT\ln\left(\frac{n_0+\Delta n}{n_i}\right)$

$(F_n - F_p)$ - ? | $E_i - F_p = kT\ln\left(\frac{p_0+\Delta p}{n_i}\right)$ +

$F_n - F_p = kT\ln\frac{(n_0+\Delta n)(p_0+\Delta p)}{n_i^2}$

$n_0 = N_d$; $p_0 = n_i^2 / n_0$

$\Delta p = \Delta n = G_{opt} \, \tau_{n,p}$

$$F_n - F_p = kT \ln \frac{(N_d + G_{opt}\tau)(n_i^2/N_d + G_{opt}\tau)}{n_i^2}$$

3.1

$N_d = 10^{14}; 10^{15}; 10^{16}$ см$^{-3}$

$T = 300K$

$D_n - ?$; $D_p - ?$

Співвідношення Ейнштейна:

$$\frac{D_n}{\mu_n} = \left(\frac{kT}{e}\right)^{-1}; \quad \frac{D_p}{\mu_p} = \left(\frac{kT}{e}\right)^{-1}$$

Для фосфору (P):

$$D_{n_1} = \mu_n \frac{kT}{e} = 1403,57 \cdot \frac{1,38 \cdot 10^{-23}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \cdot 300 = 36 \left(\text{см}^2/\text{с}\right)$$

$$\boxed{\mu_i = \mu_{min_i} + \frac{(\mu_{max_i} - \mu_{min_i})}{1 + (N_d / N_{ref})^{\alpha_i}}}$$

$\mu_{min} = 68,5$
$\mu_{max} = 1414$
$\mu_{ref} = 9,2 \cdot 10^{16}$
$\alpha = 0,711$

$D_{n_2} = 35 \ (\text{см}^2/\text{с})$

$D_{n_3} = 31 \ (\text{см}^2/\text{с})$

Для Бора: $\mu_{min} = 44,9$; $\mu_{max} = 470,5$; $\mu_{ref} = 2,23 \cdot 10^{17}$;

$\alpha = 0,719$

$D_{p_1} = 12,13$ см^2/с

$D_{p_2} = 11,95$ см^2/с

$D_{p_3} = 11,1$ см^2/с

Для As (V), n-типу:

$D_1 = 36,3$ см^2/с, $D_2 = 35$ см^2/с

$D_3 = 30$ см^2/с

$n = n_0 + \delta n = N_c\, e^{(F_n - E_c)/kT}$ $\qquad p = p_0 + \delta p = N_v\, e^{(E_v - F_p)/kT}$ Квазірівні Фермі

$$\boxed{\begin{aligned} pn &= N_c N_v \exp\left(-\frac{E_c - E_v}{kT}\right)\exp\left(\frac{F_n - F_p}{kT}\right) = N_c N_v e^{-E_g/kT} e^{\frac{F_n - F_p}{kT}} = \\ &= n_0 p_0 \exp\left(\frac{F_n - F_p}{kT}\right) = n_i^2 e^{\frac{F_n - F_p}{kT}} \quad // \; n_0 p_0 = n_i^2 = N_c N_v e^{-E_g/kT} \end{aligned}}$$

Невироджений н/п

$$j_n = \sigma_n \bar{E} + e D_n \nabla n$$

$$\sigma_n = e n \mu_n$$

$$n = n_0 e^{-U/kT} = n_0 e^{e\varphi/kT} \quad // \text{ розподіл Больцмана}$$

$$\bar{j}_n = \bar{j}_{др} + \bar{j}_{диф} = e n \mu_n \bar{E} + e D_n \nabla \bar{n}$$

$$n = n_0 \exp\left(e\varphi/kT\right)$$

$$\nabla n = n_0 e^{\varphi e/kT}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y}\bar{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z}\bar{k}\right)\frac{e}{kT} \qquad \boxed{\bar{\nabla} n = n \frac{e}{kT}\bar{\nabla}\varphi}$$

$$e n \mu_n E + e D_n n_0 e^{e\varphi/kT}\nabla\varphi \cdot \frac{e}{kT} = 0 \qquad // \; \bar{E} = -\bar{\nabla}\varphi$$

$$n_0 e^{e\varphi/kT}\mu_n E - e D_n n_0 \exp\left(\frac{e\varphi}{kT}\right) E \frac{e}{kT} = 0 \Rightarrow e\mu_n = \frac{e}{kT} e D_n$$

$$\boxed{\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{e}{kT}} \quad (1) - \text{співвідношення Ейнштейна}$$

Для виродженого н/п розподіл Фермі-Дірака

$$n = N_c \Phi_{1/2}(\xi^*)$$

$$\xi^* = \xi/kT = \frac{F' + e\varphi}{kT} = \xi_0^* + \frac{e\varphi}{kT}, \quad \text{де } F' = \xi - e\varphi \text{ — електрохімічний потенціал}$$

$$\xi = F - E_c \; ; \quad F' = F - E_c - e\varphi$$

$$\Phi_{1/2}(\zeta^*) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{x^{1/2}}{1+e^{(x-\zeta^*)}}$$

$$\zeta^* = \frac{F - F_c}{kT}, \quad \eta^* = \frac{E_v - F}{kT} = \frac{\eta}{kT}$$

$$\bar\nabla n = \frac{dn}{d\zeta^*}\left(\frac{e}{kT}\right)\bar\nabla\varphi = -\frac{dn}{d\zeta^*}\left(\frac{e}{kT}\right)\bar E$$

$$\bar j_n = en\mu\bar E - eD_n\frac{dn}{d\zeta^*}\left(\frac{e}{kT}\right)\bar E$$

у стані рівноваги

$$j_n = 0 \Rightarrow en\mu_n - eD_n\frac{dn}{d\zeta^*}\left(\frac{e}{kT}\right) = 0 \Rightarrow$$

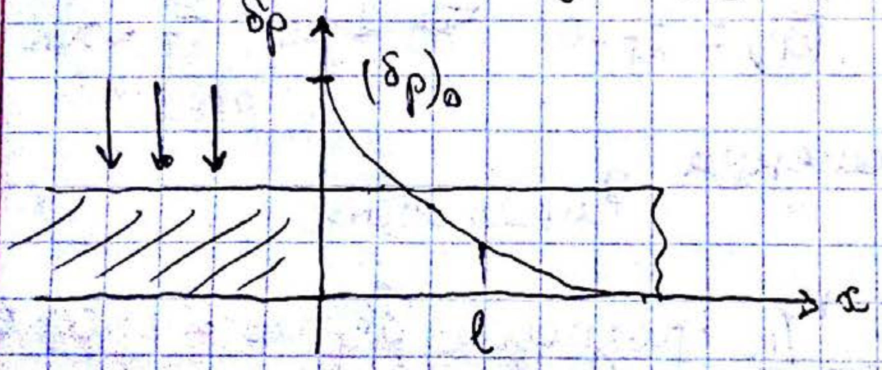
$$\boxed{\frac{\mu_n}{D_n} = \frac{e}{kT}\cdot\frac{d(\ln n)}{d\zeta^*}} \quad (2) \qquad \boxed{\frac{\mu_p}{D_p} = \frac{e}{kT}\cdot\frac{d(\ln p)}{d\eta^*}} \quad (3)$$

Для невиродженого н/п: $n = N_c e^{\zeta^*}$

$$\ln n = \ln N_c + \zeta^*$$

$$\frac{d(\ln n)}{d\zeta^*} = 1 \Rightarrow \text{отримуємо формулу (1)} \quad \frac{\mu_n}{D_n} = \frac{e}{kT}$$

Довжина дифузії дрейфу



$$g(x)\big|_{x<0} = g$$

$$g(x)\big|_{x\geq 0} = 0$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = g - \bar v\,\bar\nabla p + \mathrm{div}\,(D\bar\nabla p) - \frac{\delta p}{\tau} \quad (15)$$

$\frac{\partial p}{\partial t} = 0$ для $x \geq 0$ $\qquad v = \mu E \qquad n \gg p$, $\mu = \mu_p$

$$(\delta p)'' - \frac{2}{\lambda}(\delta p)' - \frac{\delta p}{L^2} = 0 \qquad (17) \quad , \qquad \delta p = Ce^{kx}$$

$$\lambda = \frac{2D}{\mu E} \;; \quad L = \sqrt{D\tau} \quad ,$$ L - довжина дифузії, l - довжина дрейфу

Швидкість дрейфу пакету надлишкових носіїв

$$\vartheta = \frac{n-p}{p/\mu_n + n/\mu_p} \bar{E} + \bar{\nabla} D \qquad (16)$$

$x=0: \quad \delta p = (\delta p)_0 \;; \; x \to \infty; \; \delta p \to 0;$

$\underline{E>0}$ $\qquad (\delta p) = (\delta p)_0 \, e^{-x/l}$

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{\lambda}\left(\sqrt{1+\lambda^2/l^2} - 1\right)$$

$\underline{E<0}$ $\qquad \frac{1}{l} = \frac{1}{\lambda}\left(1 + \sqrt{1+\sqrt{\lambda^2/L^2+1}}\right), \; l<L$

$\frac{\lambda^2}{L^2} >> 1$ - при слабких електричних полях

$l = L = \sqrt{D\tau}$ - довжина дифузії $\quad [D] = м^2c^{-1}$ (Ci)

в сильному полі $\lambda^2/L^2 << 1$ $\qquad [D] = см^2c^{-1}$ (Ci)

$l = \mu E \tau$

3.2

$N_d = 10^{15}$ см$^{-3}$	$L = \sqrt{D_p \tau_n}$
τ_n (Ge) $= 10^{-4}$ c; 10^{-6} c	$\frac{D_p}{\mu_p} = \frac{kT}{e} \Rightarrow D_p = \frac{\mu_p kT}{e}$
(Si) $\tau_n = 10^{-6}$ c	
(AsGa) $\tau_n = 10^{-8}$ c	$L = \sqrt{\frac{\mu_p kT}{e}\tau_n}$
$T = 300$ K, $L - ?$	$D = \frac{n+p}{p/D_n + n/D_p} \approx D_p$, $n >> p$

$$L_1(Ge) = \sqrt{\frac{1900 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} 10^{-4} \cdot 10^{-4}} \approx 0{,}7 \text{ (мкм)}$$

$L_2(Ge) = 0{,}1$ мкм.

$$L(Si) = \sqrt{\frac{471 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 800}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-6}} = 35 \text{ (мкм)}$$

$L(AsGa) = 10$ мкм

3.2 Ge, Si, AsGa

$N_d = 10^{15}$ см$^{-3}$

Ge: $\tau_n = 10^{-4}; 10^{-5}$ сек

Si: $\tau_n = 10^{-6}$ с

GaAs: $\tau_n = 10^{-8}$ с

$T = 300$ K

$$D = \frac{n+p}{p/D_n + n/D_p} = D_p \text{ при } n \gg p$$

Ge: 0,1 см; 0,01 см; 6 мкм (Si); 10 мкм (AsGa)

$$L = \sqrt{D_p \tau_n}$$

$$\frac{D_p}{\mu_p} = \frac{kT}{e} \Rightarrow D_p = \mu_p \frac{kT}{e}$$

$$[\mu] = \frac{м/с}{В/м} = \frac{м^2}{В \cdot с}$$

$$L\left(\tau_n = 10^{-4}, \mu_p = 1900 \frac{см^2}{В \cdot с}\right) = 0{,}07 \text{ (м)} \approx 0{,}1 \text{ см}$$

$$L\left(\tau_n = 10^{-5}, \mu_p = 1900 \frac{см^2}{В \cdot с}\right) = 0{,}02 \text{ (см)}$$

$L(\tau_n = 10^{-6}, \mu_p = 600) = 3{,}94$ мкм

$L(\tau_n = 10^{-8}, \mu_p = 400) = 0{,}32$ мкм

3.3 Ge, Si, AsGa

$T_1 = 300$ K

$T_2 = 77$ K

$n - ?$

$$f = \frac{1}{e^{u/kT} - 1} \approx \frac{1}{e^{u/kT}}, \text{ при } u \gg kT$$

$$n = N_c e^{-\frac{E_c - E_F}{kT}}$$

/ знайдемо умову, коли н/п стає виродженим

$$E_F = \frac{E_c + E_D}{2} + \frac{kT}{2} \ln \frac{N_D}{2N_c} \quad (8.193)$$

$$\frac{dE_F}{dT} = \frac{k}{2} \ln \frac{N_D}{2N_c} - \frac{kT}{2} \cdot \frac{N_D}{2N_c} \cdot \frac{2}{N_D} \cdot \frac{dN_c}{dT} = 0 \text{ (максимальне } E_F) \Rightarrow$$

$\ln \frac{N_D}{2N_c} - \frac{T}{N_c} \cdot \frac{dN_c}{dT} = 0$, тогда:

$N_c = \left(\frac{2\pi m_d^* kT}{h^2}\right)^{3/2}$; $\frac{dN_c}{dT} = \frac{3}{2}\left(\frac{2\pi m_d^* kT}{h^2}\right)^{1/2} \cdot \frac{2\pi m_d^* T}{h^2} \cdot \frac{1}{T} \Rightarrow$

$\frac{dN_c}{dT} = \frac{3}{2} \cdot \frac{N_c}{T}$

$\ln \frac{N_D}{2N_c} = \frac{T}{N_c} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{N_c}{T} = \frac{3}{2} \Rightarrow N_D = 2N_c e^{3/2}$; $2N_c(T_{max}) = N_D / e^{3/2}$

$E_F^{max} = \frac{E_c + E_D}{2} + \frac{kT_{max}}{2} \ln \frac{N_D}{2N_c(T_{max})} = \frac{E_c + E_D}{2} + \frac{3}{4} kT_{max}$

Критическая концентрация достигается, если $E_F^{max} = E_c$

$E_c = \frac{E_c + E_D}{2} + \frac{3}{4} kT_{max}$

$N_D = 2N_c e^{3/2} = 2\left(\frac{2\pi m_d^* kT}{h^2}\right) e^{3/2}$

Ge: $T = 300K$ $N_D = 9{,}4 \cdot 10^{19}$ см$^{-3}$

$T = 77K$ $N_D = 1{,}22 \cdot 10^{19}$ см$^{-3}$

Si: $T = 300K$ $N_D = 2{,}52 \cdot 10^{20}$ см$^{-3}$

$T = 77K$ $N_D = 3{,}27 \cdot 10^{19}$ см$^{-3}$

AsGa: $T = 300K$ $N_D = 3{,}97 \cdot 10^{18}$ см$^{-3}$

$T = 77K$ $N_D = 5{,}2 \cdot 10^{17}$ см$^{-3}$

$const = \left(\frac{2\pi m_d^* k}{h^2}\right)^{3/2}$ // $N_D^{cr} = 2 const\, e^{3/2} \left(\frac{E_c - E_D}{kT}\right)^{3/2}$

Коефіцієнт: $D = \frac{n+p}{p/D_n + n/D_p}$ Рухливість: $\mu = \frac{n-p}{p/\mu_n + n/\mu_p}$

① n-тип

$$\bar{\nabla} p = \left\{\frac{\partial p}{\partial x}; 0; 0\right\} = \left\{\frac{dp}{dx}; 0; 0\right\}$$

$$div(D \cdot \bar{\nabla} p) = D\, div(\bar{\nabla} p) = D \frac{d^2 p}{dx^2}$$

При $n \gg p$: $D = D_p$; $\mu = \mu_p$ $\boxed{n\text{-тип}}$

$$\bar{v} = \frac{n-p}{p/\mu_n + n/\mu_p} \bar{E} + \nabla \overset{0}{D} = \mu_p \bar{E} \Rightarrow v = \mu_p E$$

$$\frac{dp}{dt} = 0$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = g - \bar{v} \cdot \bar{\nabla} p + div(D \bar{\nabla} p) - \frac{\delta p}{\tau_p}$$

$$0 = 0 - \mu_p E \frac{dp}{dx} + D \frac{d^2 p}{dx^2} - \frac{\delta p}{\tau_p} = 0 \qquad // D = D_p$$

$$D_p p'' - \mu_p E p' - \frac{\delta p}{\tau_p} = 0$$

$$p'' - \frac{\mu_p E}{D_p} p' - \frac{\delta p}{\tau_p D_p} = 0; \qquad \lambda = \frac{2 D_p}{\mu_p E}; \quad L = \sqrt{D_p \tau_p}$$

$$p = p_0 + \delta p$$

$$(\delta p)'' - \frac{2}{\lambda}(\delta p)' - \frac{\delta p}{L^2} = 0$$

Розв'язок у вигляді: $\delta p = e^{kx}$; $(\delta p)'' = k^2 e^{kx}$; $(\delta p)' = k e^{kx}$

$$k^2 - \frac{2}{\lambda} k - \frac{1}{L^2} = 0; \quad D = \frac{4}{\lambda^2} + \frac{4}{L^2} = 4\left(\frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{L^2}\right)$$

$$k_{1,2} = \frac{2/\lambda \pm 2\sqrt{1/\lambda^2 + 1/L^2}}{2} = \frac{1}{\lambda} \pm \sqrt{\frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{L^2}}$$

$$\delta p = C_1 \exp\left(x\left(\frac{1}{\lambda} - \sqrt{\frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{L^2}}\right)\right) + C_2 \exp\left(x\left(\frac{1}{\lambda} + \sqrt{\frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{L^2}}\right)\right)$$

при $x=0$ $\quad \delta p = (\delta p)_0$

$x \to \infty$ $\quad \delta p = 0 \Rightarrow C_2 = 0$

$\delta p|_{x=0} = C_1 = (\delta p)_0$, загальний розв'язок:

$$\boxed{\delta p = (\delta p)_0 \exp\left(x\left[\frac{1}{\lambda} - \sqrt{\frac{1}{\lambda^2}+\frac{1}{L^2}}\right]\right)}$$

$$\frac{1}{\ell} = -\frac{1}{\lambda} + \sqrt{\frac{1}{\lambda^2}+\frac{1}{L^2}}$$

L - довжина дифузії

ℓ - довжина дрейфу

$$\frac{1}{\ell} = \frac{1}{\lambda}\left(\sqrt{1+\frac{\lambda^2}{L^2}} - 1\right)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = g_n - \bar{v}\,\bar{\nabla} n - \operatorname{div}(D\,\bar{\nabla} n) - \frac{\delta n}{\tau_n}$$

$$\bar{v} = \frac{n-p}{p/\mu_n + n/\mu_p}\bar{E} + \bar{\nabla} D$$

при $p \ll n$ $\quad \boxed{n\text{-тип}}$

$\mu = \mu_p$; $D = D_p$; $\quad \bar{v} = \mu_p \bar{E}$

② $\boxed{p\text{-тип}}$

$p \gg n \Rightarrow D = D_n$; $-\mu_n = \mu$; $\bar{v} = -\mu_n \bar{E}$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = g - \bar{v}\,\bar{\nabla} n + \operatorname{div}(\bar{D}\cdot\bar{\nabla} n) - \frac{\delta n}{\tau_n}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = g + \mu_n E\frac{dn}{dx} + D\frac{d^2 n}{dx^2} - \frac{\delta n}{\tau_n}$$

для Si $\tau_n = 10^{-6}$ с $\Rightarrow$ n/n p-типу $\quad$ 3.2

$L = \sqrt{D\tau_n}$; $p \gg n$

$$D = \frac{n+p}{n/D_p + p/D_n} = [p \gg n] = \frac{p}{p/D_n} = D_n$$

$L = \sqrt{D_n \tau_n} = \sqrt{12 \cdot 10^{-6}} \approx 35$ (мкм)

3.3 Функція Фермі: $f = \dfrac{1}{e^{\frac{E_c - E_F}{kT}} + 1}$ (1)

при $\dfrac{E_c - E_F}{kT} \gg 1$ (2)

$n = N_c \exp((E_F - E_c)/kT)$

$E_c - E_F = kT \ln \dfrac{N_c}{n}$

$\ln \dfrac{N_c}{n} \gg 1$ $\quad N_c \gg n \cdot e$

$n \ll 2\left(\dfrac{2\pi m_d^* kT}{h^2}\right)^{3/2} \cdot \dfrac{1}{e}$ $\quad n \ll \dfrac{N_c}{e}$

Іонізація домішок

число станів, заповнених електронами $\rightarrow N_1 = N_d g_1 f$ $\qquad f = \dfrac{1}{e^{\frac{E_1 - F}{k_Б T}} + 1}$

число станів, не заповнених електронами $N_0 = N_d g_0 (1 - f)$

$N_1 + N_0 = N_d$ $\qquad f_p = 1 - f = \dfrac{1}{e^{\frac{F - E_1}{k_Б T}} + 1}$

$f_n^1 = \dfrac{N_1}{N_d^1} = \left(1 + \dfrac{g_0}{g_1} e^{\frac{E_1 - F}{k_Б T}}\right)$

$f_n^0 = \dfrac{N_0}{N_d^1} = \left(1 + \dfrac{g_1}{g_0} e^{\frac{F - E_F}{k_Б T}}\right)$

$f_n^{(1)} = \dfrac{n}{n + n_1}$; $\qquad f_n^{(0)} = \dfrac{n_1}{n + n_1}$, де $n_1 = \dfrac{g_0}{g_1} N_c e^{-\frac{(E_c - E_1)}{k_Б T}}$

Вираз для p аналогічний:

$f_p^{(1)} = \dfrac{p}{p + p_1}$; $\quad f_p^{(0)} = \dfrac{p_1}{p + p_1}$, де $p_1 = \dfrac{g_0}{g_1} N_v e^{-\frac{(E_1 - E_v)}{k_Б T}}$

Умови рівноваги тіла, що знаходиться в контакті

Розглянемо, чому дорівнює градієнт n:

$$\bar\nabla n = \frac{dn}{d\zeta^*}\bar\nabla\zeta^* = \frac{dn}{d\zeta^*}\cdot\frac{d\zeta^*}{d\zeta}\bar\nabla\zeta = \frac{dn}{d\zeta^*}\cdot\frac{1}{k_БT}\bar\nabla\zeta, \text{ де } \zeta^* = \frac{\zeta}{k_БT}$$

підставимо $\bar\nabla n$ у вираз для густини струму:

$$\bar j_n = en\mu_n\bar E + eD_n\frac{dn}{d\zeta^*}\cdot\frac{1}{k_БT}\bar\nabla\zeta = \mu_n n\Big(e\underbrace{\bar E}_{=-\mathrm{grad}\,\varphi} + \frac{eD_n}{\mu_n n}\cdot\frac{dn}{d\zeta^*}\cdot\frac{1}{k_БT}\bar\nabla\zeta\Big) =$$

$$= \mu_n n\Big(\bar\nabla(-e\varphi) + \frac{D_n}{\mu_n n}\cdot\frac{e}{k_БT}\cdot\frac{d(\ln n)}{d\zeta^*}\bar\nabla\zeta\Big) = \Big[\text{з виразу для виродження НРп виразимо } D_n/\mu_n n\Big] =$$

$$= \mu_n n(\bar\nabla(-e\varphi)+\bar\nabla\zeta) = \mu_n n(\bar\nabla(\zeta - e\varphi)) = \mu_n n\,\bar\nabla F_n', \text{ де}$$

$F_n' = \zeta - e\varphi$ – електрохімічний потенціал.

Ми отримали $\boxed{\bar j_n = \mu_n n\,\bar\nabla F_n'}$ — густина струму в НРп нерівноважному стаціонарному

$$\boxed{\bar j_p = \mu_p p\,\bar\nabla F_p'}$$

// $\zeta = F_n - E_c$

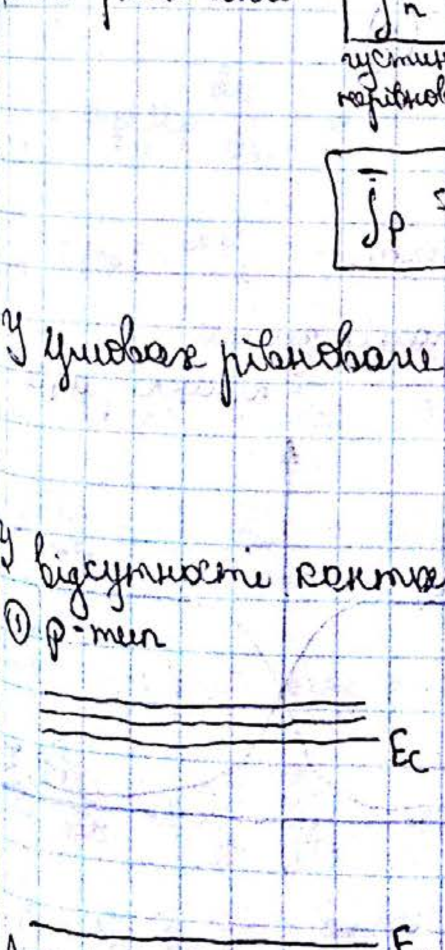
$F_n' = F_n - E_c - e\varphi$

У умовах рівноваги $\bar j_n = 0$, і $\bar\nabla F_n = 0$ (для p аналогічно)

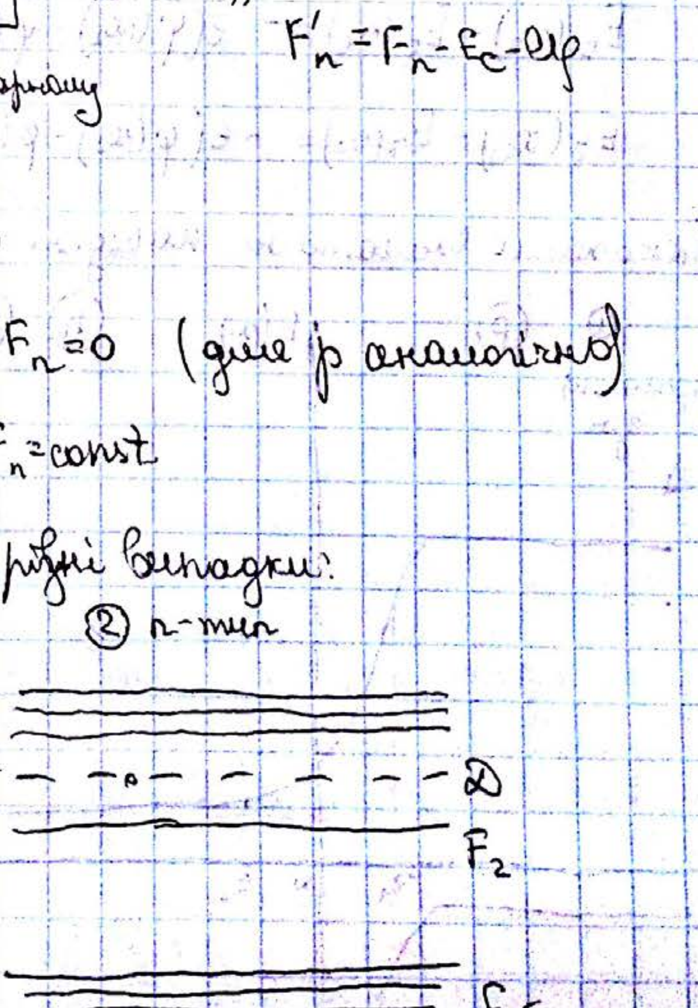
$$F_n = const$$

У відсутності контакту маємо різні випадки:

① p-тип



② n-тип



при освітленні: $\vec{j}_n = \mu_n n \vec{\nabla} F_n$ (1) // $\xi = F - E_c$

$\vec{j}_p = \mu_p p \vec{\nabla} F_p$ (2)

$F_n' = \xi - e\varphi = F - E_c - e\varphi$

$F_p' = \eta - e\varphi = F - E_v - e\varphi$

$\eta = E_v - F$

при $U=0$, $\vec{j}_n = 0$, $\vec{j}_p = 0$

$\vec{\nabla} F_n' = 0$, $F_n'(x) = const$

аналогічно $\vec{\nabla} F_p' = 0$, $F_p'(x) = const$

якщо точки $x = x_1$, $x = x_2$ належать відповідно до 1-го і 2-го н/п

то можна записати:

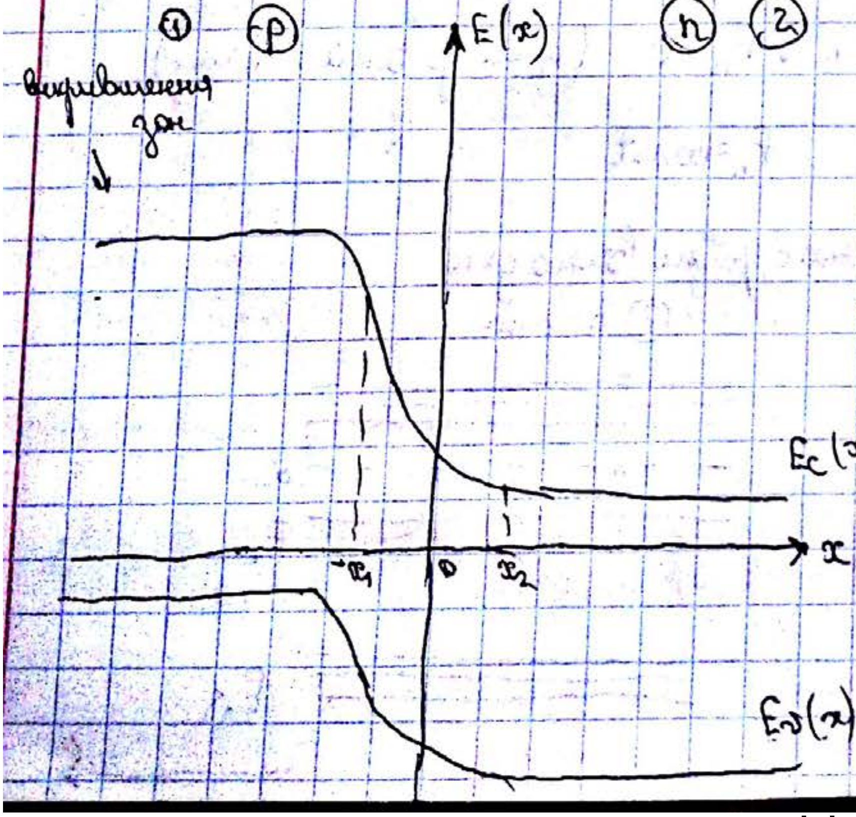
$$F(x_1) - E_c(x_1) - e\varphi(x_1) = F(x_2) - E_c(x_2) - e\varphi(x_2) \Rightarrow \quad (3)$$

$$F(x_1) = F(x_2) \quad (4)$$

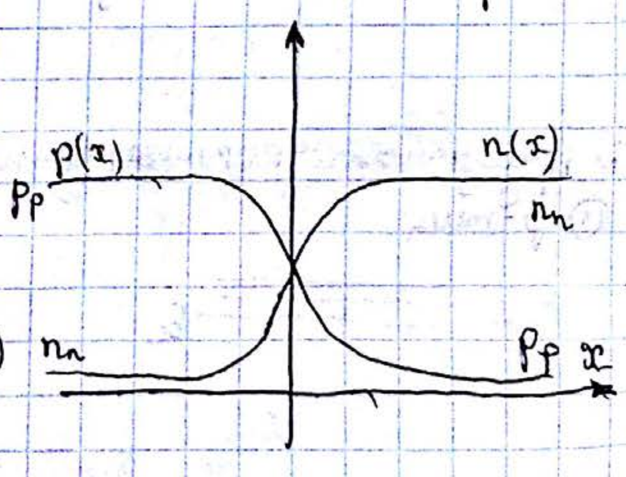
$$E_c(x_2) - E_c(x_1) = -e(\varphi(x_2) - \varphi(x_1)) \quad (5)$$

$$E_v(x_2) - E_v(x_1) = -e(\varphi(x_2) - \varphi(x_1))$$

Покажемо схематично наведені вище залежності:



графік зміни концентрації



$T=300K$ | Запишемо вираз для струму, що створюється дірками: $\bar{j}_p = -ep\mu_n \bar{E} - e D_p \nabla p$, бо: | 3.7 ст. 41

$N_B = N_0 \exp(-ax)$

$j_p = \sigma_p \bar{E} - e D_p \bar{\nabla} p$ // $\sigma = ep\mu_p$

$a = мкм^{-1}$

$j_p = -ep\mu_p \bar{\nabla}\varphi - e D_p \bar{\nabla} p$,

$N_B > n$

a - акцепторна домішка

$E_F - E_{n_i} - ?$

$E(x) - ?;\ \varphi(x) - ?$ | $\bar{E} = -\bar{\nabla}\varphi$

$p = p(x)$; $\bar{E} \parallel x$; $\bar{j} \parallel x$, тому:

$$\bar{j}_p = -ep\mu_p \frac{d\varphi}{dx} - e D_p \frac{dp}{dx}$$

Запишемо загальне співвідношення між μ_p і D_p (Ейнштейн)

$$\frac{\mu_p}{D_p} = \frac{e}{kT} \cdot \frac{d(\ln p)}{d\eta^*} \quad (1)$$

$$j_p = -ep\mu_p \frac{d\varphi}{dx} - e\frac{\mu_n d\eta^* kT}{e\, d(\ln p)} \cdot \frac{dp}{dx} = -ep\mu_p \frac{d\varphi}{dx} - \mu_n kT \cdot \frac{dp}{dx} \cdot \frac{1}{\frac{d(\ln p)}{d\eta^*}}$$

$\bar{j}_p = \mu_p p \bar{\nabla} F_p'$, то в стані рівноваги: $j_p = 0 \Rightarrow$

$$j_p = ep \frac{d\varphi}{dx} = -\frac{dp}{dx} \cdot \frac{kT}{d(\ln p)/d\eta^*} \quad \Big|: p \quad \Rightarrow$$

$$e\frac{d\varphi}{dx} = -\frac{1}{p} \cdot \frac{dp}{dx} \cdot \frac{kT}{d(\ln p)/d\eta^*}$$

Розглядаємо для невиродженого н/п: $\frac{d(\ln p)}{d\eta^*} = 1$, тоді

$$e\frac{d\varphi}{dx} = -\frac{kT}{p} \cdot \frac{dp}{dx} \quad (4) \qquad // \frac{d\varphi}{dx} = \frac{kT}{e} a$$

$$p = N_V \exp\left\{-\frac{E_F - E_V}{kT}\right\} \quad (5)$$

// $N_B > n$
$N_B = N_0' e^{-ax}$
$n = n_0$

д/з 1

$$f_p^0 = \frac{N_0}{N_B}; \quad f_p^{(0)} = \frac{p_1}{p+p_1}, \text{ где } p_1 = N_v \frac{g_0}{g_1} e^{-\frac{E_F - E_v}{kT}}$$

$$N_0 = N_v e^{\frac{E_v(0)-F}{kT} - ax}; \quad p(x) = N_0 e^{-ax}$$

$$\varphi(x) = \frac{kT}{e}\left[\ln\frac{N_v}{N_0} + ax\right] - \frac{E_g}{2e} \qquad // \; E_x = \frac{d\varphi}{dx} = \frac{kT}{e}a$$

$$\frac{dp}{dx} = -aN_0 e^{-ax}$$

$$F_p'(x) = \text{const}$$

$$F(x) = \text{const}$$

$$\varphi(x) - \varphi(0) = \frac{kTa}{e}x$$

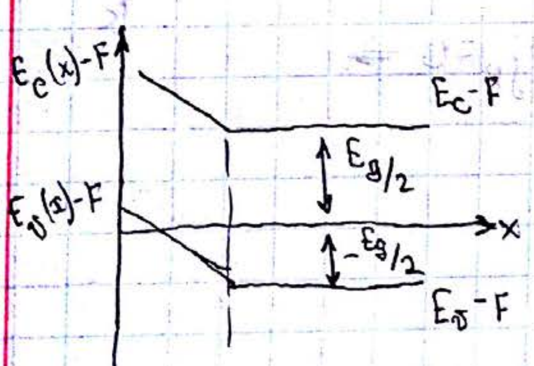
$$F_p' = F - E_v(0) - e\varphi(0) \qquad F_p' = F - E_v(x) = \frac{E_g}{2}$$

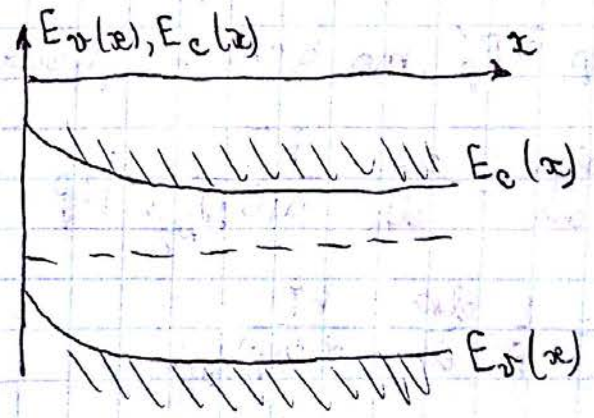
$$E_v(x) - F = -e\varphi(x) - E_g/2$$

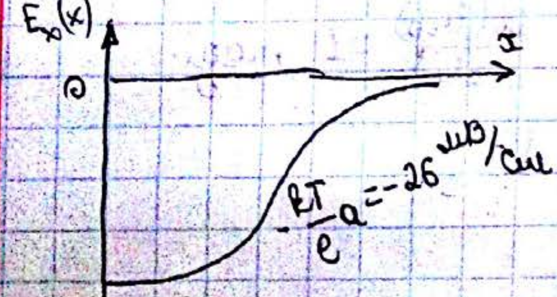
$$E_v(x) = -e\varphi(x) - E_g/2 + F$$

$$N_v = 2\left(\frac{2\pi m_p kT}{(2\pi\hbar)^2}\right)^{3/2}$$

$$E_x = -\frac{1{,}38\cdot10^{-23}\cdot 3\cdot10^2}{1{,}602\cdot10^{-19}}\cdot 1\cdot 10^6 = -26 \text{ мВ/см}$$







$$N_0 = N_B f_p^{(0)} = N_B \frac{p_1}{p+p_1} = \frac{N_B \frac{g_{0p}}{g_{1p}} N_v e^{-\frac{(E_1-E_v)}{kT}}}{N_v e^{\frac{E_v - F}{kT}} + \frac{g_{0p}}{g_{1p}} N_v e^{-\frac{E_1 - E_v}{kT}}} \approx N_B$$

Єдине $N_B = p$; $p = N_0$; $N_B > n$

$$\varphi(x) - \varphi(0) = \frac{kT}{e} ax \quad (10)$$

$$F_p'(x) = const \; ; \; F(n) = const \quad (11)$$

$$F_p'(x) = F - E_v(x) - e\varphi(x)$$

$$F_p'(x) = F - E_v(x)\big|_{x\to\infty} - e\varphi(x)\big|_{x\to\infty} = F - E = \frac{E_g}{2}$$

$$F_p'(0) = F - E_v(0) - e\varphi(0)$$

$$\varphi(0) = \frac{F - E_v(0) - F_p'(0)}{e} \quad (13)$$

Із (5) і (7)

$$N_0' e^{-ax} = N_v e^{\frac{E_v(x) - F}{kT}} \quad (14)$$

$$N_0' = N_v e^{\frac{E_v(0) - F}{kT}} \Rightarrow \frac{N_0'}{N_v} = e^{\frac{E_v(0) - F}{kT}}$$

$$\ln\left(\frac{N_0'}{N_v}\right) = \frac{E_v(0) - F}{kT} \Rightarrow E_v(0) - F = kT \ln\left(\frac{N_0'}{N_v}\right) \Rightarrow F - E_v = kT \ln \frac{N_v}{N_0'} \quad (15)$$

Із рівняння (13) і (15):

$$\varphi(0) = \frac{kT}{e} \ln \frac{N_v}{N_0'} - \frac{F_p'}{e} \quad (16)$$

Із рівняння (10) і (16):

$$\varphi(x) = \frac{kT}{e}\left[\ln \frac{N_v}{N_0'} + ax\right] - \frac{F_p}{e} \quad (17)$$

$$\varphi(x) = \frac{kT}{e}\left[\ln \frac{N_v}{N_0'} + ax\right] - \frac{E_g}{2e} \quad (18)$$

$$E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} = -\frac{d\varphi}{dx}$$

$$E_x = -\frac{kT}{e}a \;;\; E_x(x)\Big|_{x\to\infty} = -\frac{d\varphi(x)}{dx}\Big|_{x\to\infty} = 0$$

~~при~~ при $N_0 > n$ з рівнянь (12) і (18)

$$E_v(x) - F = -e\varphi(x) - E_g/2 \quad (20)$$

$$E_v(x) = -e\varphi(x) - E_g/2 + F$$

<u>II спосіб</u>:

$$\underbrace{p = p_i}_{\text{власна}} + N_A^{*}, \quad T\text{-кімнатна}, \quad T >> T_{i0}$$

$$p = p_i + N_0 e^{-ax} = N_v e^{-\frac{F-E_v}{kT}} \Rightarrow 1 + \frac{N_0}{p_i} e^{-ax} = \frac{N_v}{p_i} e^{-\frac{F-E_v}{kT}}$$

$$\ln\left(1 + \frac{N_0}{p_i} e^{-ax}\right) = \ln\frac{N_v}{p_i} - \frac{F-E_v}{kT}$$

$$p_i = N_v \exp\left(-\frac{E_{F_i} - E_v}{kT}\right)$$

$$\ln\frac{N_v}{p_i} = \frac{E_{F_i} - E_v}{kT} \Leftrightarrow \ln\left(1 + \frac{N_0}{p} e^{-ax}\right) = \frac{E_{F_i} - F}{kT}$$

$$F = \underbrace{E_{F_i}}_{\text{власного н/п}} - kT\ln\left(1 + \frac{N_0}{p_i} e^{-ax}\right)$$

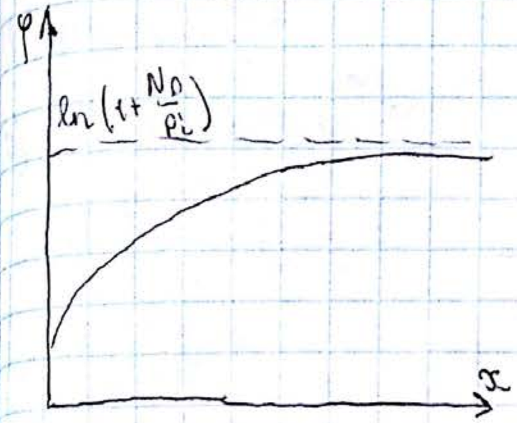
$\nabla F = 0$, оскільки рівень встановлюється в одній точці, то:

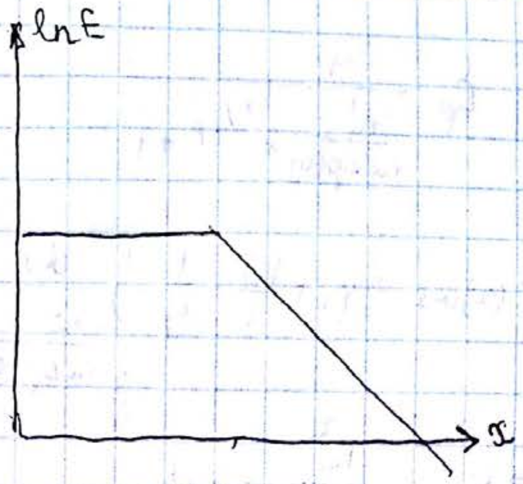
$$F - E_v = E_{F_i} - E_v - kT\ln\left(1 + \frac{N_0}{p_i} e^{-ax}\right)$$

$$\varphi = -kT\ln\left(1 + \frac{N_0}{p_i} e^{-ax}\right)$$

$$E_x = \frac{-kTa\frac{N_0}{p_i}\exp(-ax)}{e\left(1 + \frac{N_0}{p_i} e^{-ax}\right)} \Rightarrow E_x = \frac{kTa}{e} \cdot \frac{1}{1 + \frac{p_i}{N_0} e^{ax}}$$

при $e^{ax} \gg \frac{N_0}{p_i}$, то





$\frac{\lambda^2}{L^2} \gg 1$ - слабке поле

$\frac{\lambda^2}{L^2} \ll 1$ - сильне поле

3.19 ст. 40

Розглянемо сильне поле:

$T = 300K$

$E = 6\ В/см$

$l = 8\cdot 10^{-4}$ см

$L - ?$

$l = \sqrt{D\tau}$ - довжина дифузії

$L(E) = \mu E \tau$ - довжина дрейфу

$$\tau = \frac{l^2}{D_p};\ D_p = \frac{kT\mu_p}{e};\ \frac{D}{\mu} = \frac{kT}{e}$$

$$L(E) = \mu_p E \frac{l^2}{D_p} = \frac{El^2 e}{kT}$$

$L(E) = 1{,}5$ мкм; $\mu_p = 471\ В/см\cdot с$

3.8

$p(x) = p_0 + \Delta p(0) e^{-x/L_p}$

$j_p = -ep\mu_p \bar{E} - eD_p \bar{\nabla} p = 0$

$ep\mu_p E = -eD_p \bar{\nabla} p = -eD_p \frac{dp}{dx}$

$$E(x) = -\frac{D_p}{\mu_p} \cdot \frac{dp(x)/dx}{p(x)} = -\frac{kT}{e} \cdot \frac{dp(x)/dx}{p(x)} = -\frac{kT}{e} \cdot \frac{-\frac{\Delta p(0)}{L_p} e^{-x/L_p}}{p_0 + \Delta p(0) e^{-x/L_p}} =$$

$$= \frac{kT}{e} \cdot \frac{1}{L_p} \cdot \frac{\Delta p(0)}{\frac{p_0}{e^{-x/L_p}} + \Delta p(0)} = \frac{kT}{e} \cdot \frac{1}{L_p} \cdot \frac{1}{\frac{p(0)}{\Delta p(x)} e^{x/L_p} + 1}$$

$p_0 = {}^{n_i}/n_0$

$$E(x) = \frac{kT}{e}\cdot\frac{1}{L_p}\cdot\frac{1}{\frac{n_i^2}{n_0\Delta p(0)}e^{x/L_p}+1}$$

$$\varphi = \varphi_0 + \int E(x)dx = \varphi_0 + \frac{kT}{e}\cdot\frac{1}{L_p}\int\frac{dx}{\frac{n_i^2}{n_0\Delta p(0)}e^{x/L_p}+1}$$

1) $\Delta p(0)\to 0;\quad \frac{n_i^2}{n_0\Delta p(0)} \gg 1$

$$\varphi = \varphi_0 + \frac{kT}{e}\cdot\frac{1}{L_p}\int\frac{dx}{\frac{n_i^2}{n_0\Delta p(0)}e^{x/L_p}+1} \approx \varphi_0 + \frac{kT}{e}\cdot\frac{1}{L_p}\cdot\frac{n_0\Delta p}{n_i^2}\int e^{-x/L_p}dx =$$

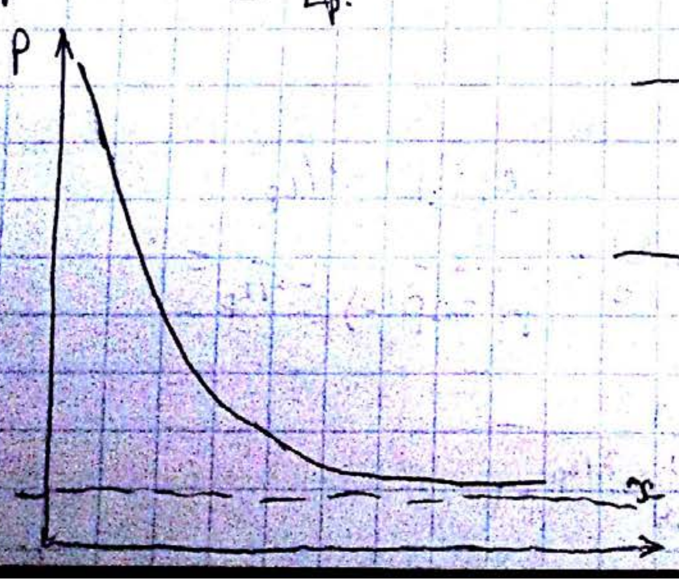
$$= \varphi_0 + \frac{kT}{e}\cdot\frac{1}{L_p}\cdot\frac{n_0\Delta p(0)}{n_i^2}(-L_p)e^{-x/L_p} = \varphi_0 + \frac{kT}{e}\cdot\frac{n_0\Delta p}{n_i^2}e^{-x/L_p}$$

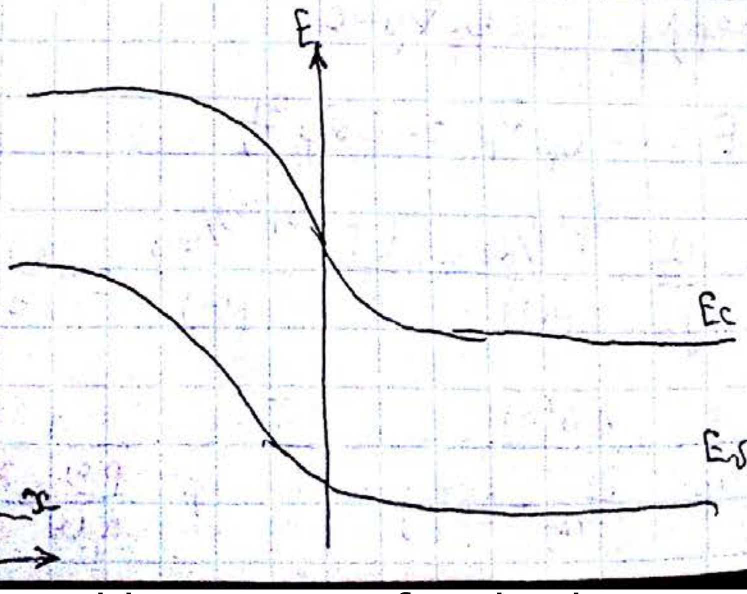
$$F_p' = E_{g/2} - E_\varphi = E_{g/2} - \varphi_0 + \frac{kT}{e}\cdot\frac{n_0\Delta p}{n_i^2}e^{-x/L_p} = E_{g/2} + \frac{kT}{e}\cdot\frac{n_0\Delta p}{n_i^2}e^{-x/L_p}$$

2) $\Delta p(0)\approx n_i;\quad \frac{n_i^2}{n_0\Delta p(0)} \ll 1$

$$\varphi = \varphi_0 + \frac{kT}{e}\cdot\frac{1}{L_p}\int\frac{dx}{\frac{n_i^2}{n_0\Delta p(0)}e^{x/L_p}+1} \approx \varphi_0 + \frac{kT}{e}\cdot\frac{1}{L_p}\int dx = \varphi_0 + \frac{kT}{e}\cdot\frac{x}{L_p}$$

$$F_p' = E_{g/2} - \frac{kT}{e}\cdot\frac{x}{L_p}.$$





II спосіб

(1) $p = N_V e^{\frac{E_V - F_p}{kT}}$

2) $p(x) = p_0 + \Delta p(0) e^{-x/L_p}$

3) $E_V = E_i - E_g/2$

$\ln \frac{p}{N_V} = \frac{E_V - F_p}{kT}$

$E_V - F_p = kT \ln \frac{p}{N_V}$ (4)

З (3) → (4):

$E_i - E_g/2 - F_p = kT \ln \frac{p}{N_V} \Rightarrow E_i - F_p = kT \ln \frac{p}{N_V} + E_g/2$

$F_p - E_i = -kT \ln \frac{p}{N_V} - E_g/2$ (5)

(2) → (5):

$F_p - E_i = -kT \ln \left[\frac{p_0 + \Delta p(0) e^{-x/L_p}}{N_V} \right] - E_g/2$ (6)

З (2) → Δp: $\Delta p = \Delta p(0) e^{-x/L_p}$ (7)

(7) → (6):

$F_p - E_i = -kT \ln \left[\frac{p_0 + \Delta p}{N_V} \right] - E_g/2$ (8)

а) при $\Delta p = n_i$: $F_p - E_i = -kT \ln \left[\frac{p_0 + n_i}{N_V} \right] - E_g/2$ (9)

б) при $\Delta p = 0$: $F_p - E_i = -kT \ln \frac{p_0}{N_V} - E_g/2$ (10)

(1)' → (10): $E_F - E_i = -kT \ln \frac{N_V e^{\frac{E_V - E_F}{kT}}}{N_V} - E_g/2$ // $p_0 = N_V e^{\frac{E_V - F_F}{kT}}$ (1)'

$E_F - E_i = -kT \cdot \frac{E_V - E_F}{kT} - E_g/2 = E_F - E_V - E_g/2 \Rightarrow E_i = E_V + E_g/2$

Generated by CamScanner from intsig.com

a) $(e)' \to (g)$:

$$F_p - E_i = -kT \ln\left[\frac{N_V e^{\frac{E_V - E_F}{kT}} + \sqrt{N_c N_V}\, e^{-E_g/2kT}}{N_V}\right] - E_g/2$$

$$F_p - E_i = -kT \ln\left[e^{-E_g/2kT} e^{\frac{E_i - E_F}{kT}} + \sqrt{\frac{N_c}{N_V}}\, e^{-E_g/2kT}\right] - E_g/2$$

$$F_p - E_i = -kT \ln\left[e^{-E_g/2kT}\left(e^{\frac{E_i - E_F}{kT}} + \sqrt{\frac{N_c}{N_V}}\right)\right] - E_g/2$$

$$F_p - E_i = E_g/2 - kT \ln\left[e^{\frac{E_i - E_F}{kT}} + \sqrt{\frac{N_c}{N_V}}\right] - E_g/2$$

$$F_p - E_i = -kT \ln\left[e^{\frac{E_i - E_F}{kT}} + \sqrt{\frac{N_c}{N_V}}\right] \simeq -\frac{kT}{2} \ln \frac{N_c}{N_V}\left(1 + \underbrace{\sqrt{\frac{N_V}{N_C}} e^{-\frac{E_F - E_i}{kT}}}_{\text{нехтуємо}}\right) \simeq$$

$$\simeq -\frac{kT}{2} \ln \frac{N_c}{N_V} = -\frac{3}{4} kT \ln \frac{m_e}{m_h}$$

3.14 $\quad \frac{d\delta n}{dt} = g_n - \frac{\delta n}{\tau}; \quad \frac{d\delta p}{dt} = g_p - \frac{\delta p}{\tau_p} \quad (1)$

$$\left.\begin{aligned} n &= n_0 + \delta n \\ p &= p_0 + \delta p \end{aligned}\right] \quad (2)$$

В рівновазі $\frac{d\delta n}{dt} = \frac{d\delta p}{dt} = 0 \quad (3)$

З (1), (3) $\Rightarrow$ $\left.\begin{aligned} &\delta n_s = g_n \tau_n; \quad \delta p_s = g_p \tau_p \\ &g_n = g_p = G, \quad \tau_n = \tau_p = \tau \end{aligned}\right] \quad (4)$

З (2) і (4) $\Rightarrow$ $\left.\begin{aligned} n &= n_0 + g_n \tau_n \\ p &= p_0 + g_p \tau_p \end{aligned}\right] \quad (5)$

$n = n_0 + G\tau; \quad p = p_0 + G\tau$

$$pn = p_0 n_0 + n_0 G\tau + p_0 G\tau + (G\tau)^2 = p_0 n_0 + G\tau(p_0 + n_0 + (G\tau)) \quad (6)$$

$pn - p_0 n_0 = \delta\varepsilon(p_0 + n_0 + \delta\varepsilon)$ (6)

для $n_0 p_0 = n_i^2$ маємо: (7)

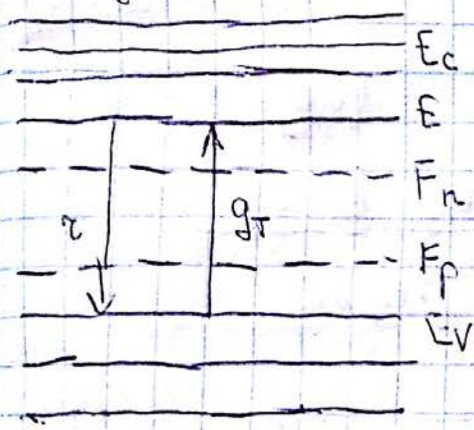
З (6), (7) $\Rightarrow$ $pn - n_i^2 = \delta\varepsilon(p_0 + n_0 + \delta\varepsilon)$ (8)

$pn - n_i^2 = \delta\varepsilon\left(n_0 + \frac{n_i^2}{n_0} + \delta\varepsilon\right)$ (8)'

теорія рекомбінації зона/зона

Рекомбінація зона-зона

$R = r - g_T$, r - рекомбінація; g_T - теплова генерація (16)



$$dr = \underbrace{W(E', E)}_{\text{ймовірність переходу } \bar{e} \text{ з } E_V \text{ у } E_c} N_c(E') N_v(E) \underbrace{f(E')}_{\text{функція розподілу}} \underbrace{(1 - f(E))}_{f_p(E)} dE' \, dE$$

$$r = \int dr$$

Розподіл Фермі-Дірака:

$$f(E') = \frac{1}{e^{\frac{E' - F_n}{kT}} + 1}; \quad f(E) = \frac{1}{e^{\frac{E - F_p}{kT}} + 1}$$

для виродження н/п

$$f_p(E) = 1 - f(E) = 1 - \frac{1}{e^{\frac{E - E_p}{kT}} + 1} = \frac{e^{\frac{E - F_p}{kT}} + 1 - 1}{e^{\frac{E - F_p}{kT}} + 1} = \frac{\exp\left(\frac{E - F_p}{kT}\right)}{\exp\left(\frac{E - F_p}{kT}\right) + 1} =$$

$$= \frac{1}{1 + \exp\left(-\frac{E - F_p}{kT}\right)}$$

$$F_p(E) = \exp\left(\frac{E - F_p}{kT}\right)$$

$r_n = \alpha_n n p$ (17) α - коефіцієнт рекомбінації

$$\alpha_n = \frac{1}{N_c N_V} \int_{E_c}^{\infty} \int_{-\infty}^{E_V} dE' \, dE \, W(E', E) N_c(E') N_V(E) \exp\left(-\frac{E' - E_c}{kT}\right) \exp\left(-\frac{E_V - E}{kT}\right) \quad (18)$$

$W(E, E')$ - імовірність переходу $\bar{e}$ з E_c в E_v. В стані рівноваги

$n = n_0, \; p = p_0, \; R = 0$

$$np = N_c N_v e^{-\frac{(E_c - E_v)}{kT}} e^{\frac{F_n - F_p}{kT}}$$

α_n - коефіцієнт рекомбінації

$$g_T = r_0 = \alpha n_0 p_0 \qquad (19)$$

$$g_T = \alpha n_0 p_0 = \alpha n_i^2$$

$$R_n = \alpha_n np - \alpha_n n_0 p_0 = \alpha_n (np - n_0 p_0) \qquad (20)$$

<u>Час життя нерівноважних $\bar{e}$ і h</u>

$$R = \alpha[(n_0 + \delta n)(p_0 + \delta p) - n_0 p_0] = \alpha(p_0 + n_0 + \delta n)\delta n$$

$$R_n = \frac{\delta n}{\tau_n}, \; \tau_n = \frac{\delta n}{R_n} = \frac{\delta n}{\alpha(p_0 + n_0 + \delta n)\delta n} = \frac{1}{\alpha(p_0 + n_0 + \delta n)} \qquad (21)$$

Оскільки $\delta n << p_0 + n_0$ при низькому рівні збудження, то

$$\tau_n = \frac{1}{\alpha(p_0 + n_0)} = \frac{1}{\alpha\left(n_0 + \frac{n_i^2}{n_0}\right)}$$

$\alpha_n = \frac{g_T}{n_i^2}$ випливає з (19) $\quad // \; g_T = \frac{(kT)^3}{\pi^2 c^2 \hbar^3} \int_0^\infty \frac{n^2 \gamma(u) \nu(u)\, u^2 du}{e^{u} - 1}$

Знаходимо максимальний час релаксації

$$\frac{d\tau_n}{dn_0} = \frac{1}{\alpha^2\left(n_0 + \frac{n_i^2}{n_0}\right)^2} \Rightarrow \alpha\left(1 - n_i^2 \cdot \frac{1}{n_0^2}\right) = 0$$

$$1 - \frac{n_i^2}{n_0^2} = 0 \Rightarrow p_0 = n_0$$

$$\tau_{max} = \frac{1}{2\alpha n_0^2} = \frac{1}{2\alpha n_i} \qquad (22)$$

$$g_T = \int_0^\infty \underbrace{\rho_0(\hbar\omega)}_{\text{концентрація рівноважених фотонів в 1 інтервалі}} \underbrace{P(\hbar\omega)}_{\text{ймовірність поглинання фотону за одиницю часу}} \underbrace{\nu(\hbar\omega)}_{\text{квантовий вихід внутрішнього фотоефекту}} d(\hbar\omega) \qquad (2.3)$$

$$\rho_0(\hbar\omega) = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^3 \hbar} \cdot \frac{1}{e^{\hbar\omega/kT} - 1} \qquad (2.4)$$

$dN = -\gamma N dx \Rightarrow N = N_0 e^{-\gamma x}$ – закон Бугера-Ламберта

$$x = vt = \frac{c}{n} t$$

$$\frac{dN}{dt} = \frac{dN}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dN}{dx} \cdot \frac{c}{n}$$

$$\frac{dN}{dt} = -\gamma N \frac{c}{n} = -\frac{\gamma c}{n} N \qquad (2.5)$$

$$\frac{dN}{dt} = -P(\hbar\omega) N \qquad (2.6)$$

З (2.5) і (2.6) маємо $P(\hbar\omega) = \frac{\gamma(\hbar\omega) c}{n}$

$$P(\hbar\omega) = \gamma(\hbar\omega) \frac{c}{n} \qquad (2.7)$$

$$g_T = \frac{(kT)^3}{\pi^2 c^2 \hbar^3} \int_0^\infty \frac{n^2 \gamma(u)\, \nu(u)\, u^2 du}{e^u - 1} \qquad (2.8) \qquad // \ u = \frac{\hbar\omega}{kT}$$

З (1.9) $\Rightarrow$ $\alpha_n = \frac{g_T}{n_i^2}$ (2.9) – за рахунок тепла

Види рекомбінації зона-зона:

33 $T = 300K$

$n_0 = 2\cdot10^{13}\ см^{-3}$

$\tau_B = 8\cdot10^{-2}\ c$

$\alpha - ?$

$\tau = \dfrac{1}{\alpha(n_0+p_0+\delta n)} = \left[\begin{matrix}\text{низький}\\ \text{рівень}\end{matrix}\right] = \dfrac{1}{\alpha\left(n_0+\frac{n_i^2}{n_0}\right)}$

$\alpha = \dfrac{1}{\tau(n_0+n_i^2/n_0)}$

Знаходимо $n_i^2 = N_c N_v\, e^{-E_g/kT}$

$N_c = 2\left(\dfrac{2\pi m_n^* kT}{h^2}\right)^{3/2}$; $N_v = 2\left(\dfrac{2\pi m_p^* kT}{h^2}\right)^{3/2}$

$E_g = E_{g0} + \gamma T$

$E_{g0} = 0{,}78\,еВ$; $\gamma = -3{,}9\cdot10^{-4}\ \dfrac{еВ}{K}$

$E_g = 0{,}78 - 3{,}9\cdot10^{-4}\cdot300 = 0{,}663\ (еВ)$

$N_c N_v = 4\left(\dfrac{4\pi^2 m_n^* m_p^* k^2T^2}{h^4}\right)^{3/2} = 4\left(\dfrac{2\pi(m_n^* m_p^*)^{1/2} kT}{h^2}\right)^3$

$N_c N_v = 4\left(\dfrac{2\cdot3{,}14\,(0{,}12\cdot0{,}3)^{1/2}\cdot9{,}1\cdot10^{-31}\cdot1{,}38\cdot10^{-23}\cdot300}{(6{,}626\cdot10^{-34})^2}\right) = \ldots$

$n_i^2 = 4\left(\dfrac{2\pi kT}{(2\pi\hbar)^2}\right)^3 (m_n^* m_p^*)^{3/2} e^{-E_g/kT} = 2\cdot10^{13}$

$\alpha = 3{,}3\cdot10^{-13}$

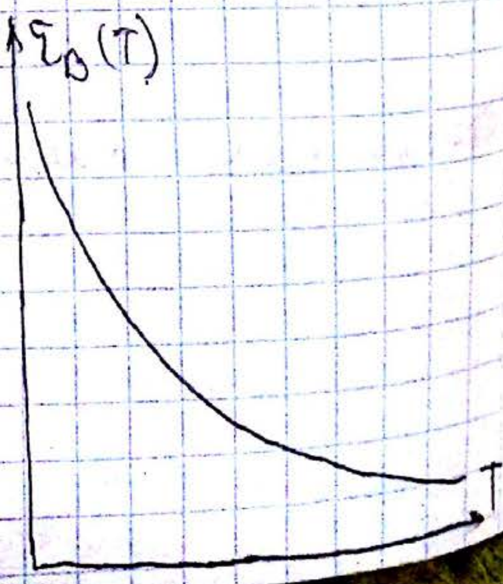
3

Знайдемо $\tau_B = \dfrac{1}{\alpha(n_0+p_0)} = [n_0 = p_0 = n_i] = \dfrac{1}{\alpha\, 2n_i}$

$\tau_B = \dfrac{1}{2\alpha} n_i^{-1}(T) \sim n_i^{-1}(T)$

$\tau_B = \dfrac{e^{E_g/2kT}}{2\alpha\sqrt{N_c N_v}} = \dfrac{1}{2\alpha}(N_c N_v)^{-1/2} e^{E_g/2kT}$

$E_g = E_{g0} + \gamma T$



$E = 5$ В/см

$L_p = 10^{-3}$ см

$x - ?$

$$l = \frac{|\alpha|}{1+\sqrt{1+\alpha^2/L^2}}, \quad l = L$$

$$\delta p = (\delta p)_0 e^{-x/l}; \quad \alpha = \frac{2D}{\mu E}$$

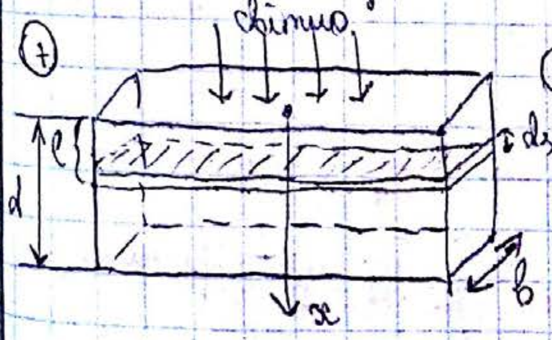
$$\eta = \frac{\delta p}{\delta p_0} = e^{-x/l}$$; відношення концентрацій

$$\frac{1}{l} = -\frac{1}{\alpha}\left[\sqrt{1+\frac{\alpha^2}{L^2}} - 1\right]$$

$$\ln\eta = -\frac{x}{l}\left[\sqrt{1+\alpha^2/L^2} - 1\right] = -\frac{x e E}{2kT}\left[\sqrt{1+\frac{4k^2T^2}{e^2E^2L^2}} - 1\right]$$

$$x = -\frac{2kT}{eE\ln\eta} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\frac{4k^2T^2}{e^2E^2L^2}} - 1} = 6{,}44 \text{ мкм}$$

Поверхнева рекомбінація



l - глибина, на яку проникає світло

$$R_p = \frac{p - p_0}{\tau_p} \; (1); \quad R_n = \frac{n - n_0}{\tau_n} \; (2)$$

$$J = J_0 e^{-\gamma x} = J_0 e^{-x/l}, \text{ де } l = \frac{1}{\gamma} \; (3)$$

при $l \ll d$, тоді $R_{ps} = R_p l$ - поверхнева рекомбінація

$$R_{ps} = \frac{N_p - N_{p0}}{S_{пов}\,\tau_p} = \frac{N_p' - N_{p0}'}{\tau_p} = \frac{(p-p_0)\,S_{пов}\, l}{S_{пов}\,\tau_p}$$

$N_p - N_{p0}$ - кількість рекомбінацій дірок за τ_p, що відноситься до одиниці поверхні: $R_{ps} = \frac{(p-p_0)l}{\tau_p}$.

S - швидкість поверхневої рекомбінації

$$\boxed{R_{ps} = S_p(p - p_0)} \quad (4)$$

$$R_{ns} = S_n(n_s - n_{s0}) \quad (5)$$

$$g_p = \nu(\omega)\gamma(\omega)N(x), \quad g_{ps} = g_p \cdot l$$

$g_{ps} = \nu(\omega)N(x)$ - для поверхневої генерації

Для генерації: $\gamma(\omega)N(\omega)$ - імовірність поглинання фотонів

$\nu(\omega)$ - квантовий вихід; $\gamma(\omega)$ - затухання

$N(x)$ - кількість фотонів.

$$N = \frac{J}{\hbar\omega}$$

$$g_s = \nu(\omega)N(x) \quad (6)$$

$$N(x) = N_0 e^{-\gamma x}$$

Якщо присутній струм: $g_s = \frac{1}{e} j_p(0) + S_p\,\delta p(0)$ (7)

$j_p(0) = -eD\frac{dp}{dx} \Rightarrow g_s = -D\frac{dp}{dx}\Big|_{x=0} + S_p\,\delta p(0)$ - гранична умова для поверхневої рекомбінації (8)

$$(\delta p)'' - \frac{2}{\lambda}(\delta p)' - \frac{\delta p}{L^2} = 0 \quad (9)$$

$$\lambda = \frac{2D}{\mu E}; \quad L = \sqrt{D\tau}$$

x: $g_s = -D\frac{dp}{dx}\Big|_{x=0} + S\,\delta p(0);$

$x \to \infty$: $\delta p \to 0$

маємо $g_s = 0$.

3 (з): пис $\delta p(x) = \delta n(x) = \delta p(0)\, e^{-x/L}$ (10)

$$g_s = \frac{D}{L}\,\delta p(0) + S\cdot \delta p(0)$$

швидкість

$$\delta p(0) = \frac{L}{D}\cdot \frac{g_s}{1+S} \quad (11); \qquad S = \frac{sL}{D} \quad (12)$$

безрозмірний коефіцієнт

5.1

$I = 6\cdot 10^{16}$ см$^{-2}$/с

$s = 5\cdot 10^{2}$ см/с

$\alpha = 10^{3}$ см$^{-1}$

$\delta p = 10^{4}$ с

$\nu(\omega) = 1$

$D_p = 49$ см^2/с

$\Delta p(x)$ - ?; Δp - ?

$$D_p \cdot \frac{d^2 \delta p}{dx^2} - \frac{\delta p}{\tau_p} - \nu \alpha N_0 e^{-\alpha x} = 0$$

$x = 0 \to g_s = 0$

$x \to \infty;\ \delta p \to 0$, то $D_p \frac{d^2 \delta p}{dx^2} - \frac{\delta p}{\tau_p} = -\nu\alpha N_0 e^{-\alpha x}$

$$D_p \lambda^2 - \frac{1}{\tau_p} = 0;\ \lambda_{1/2} = \pm\sqrt{\frac{1}{D_p \tau_p}} = \pm 1/L_p$$

$$\delta p_{одн}(x) = C_1 e^{x/L_p} + C_2 e^{-x/L_p}$$

$$\delta p_1(x) = C e^{-\alpha x}$$

$$D_p C \alpha^2 e^{-\alpha x} - \frac{C}{\tau_p} e^{-\alpha x} = -\nu \alpha N_0 e^{-\alpha x}$$

$$\alpha^2 D_p C - \frac{C}{\tau_p} = -\nu\alpha N_0 \Rightarrow C = -\frac{\nu \alpha N_0}{1/\tau_p + D_p \alpha^2}$$

$$\delta p(x) = C_1 e^{x/L_p} + C_2 e^{-x/L_p} - \frac{\nu \alpha N_0}{1/\tau_p + D_p \alpha^2} e^{-\alpha x}$$

$$C_2 = \left(\frac{s \nu \alpha N_0 \tau_p}{D_p \tau_p \alpha^2 - \tau_p/L_p} + \frac{\nu \alpha^2 N_0 D_p \tau_p}{D_p \tau_p \alpha^2 - \tau_p/L_p} \right) \times \frac{\tau_p}{D_p \tau_p \cdot 1/L_p + s L_p}$$

$$\delta p(x) = \nu \alpha N_0 \tau_p \left(\frac{\alpha L_p^2 + s\tau_p}{L_p^2 \alpha^2 - 1} \right) \frac{e^{-x/L_p}}{L_p + s\tau_p} - \frac{\nu \alpha N_0 \tau_p}{L_p^2 \alpha^2 - 1} e^{-\alpha x}$$

$$\delta p(0) = \nu \alpha N_0 \tau_p \left(\frac{\alpha L_p^2 + s\tau_p}{L_p^2 \alpha^2 - 1} \right) \frac{1}{L_p + s\tau_p} - \frac{\nu \alpha N_0 \tau_p}{L^2 \alpha^2 - 1}$$

5.6 $p_0 n_0 = n_i^2$ - термодинамічна рівновага

pn - ? - при освітленні

$n = n_0 + \delta n$; $p = p_0 + \delta p$

$$D_p \frac{d^2 \delta_p}{dx} - \frac{1}{\tau_p}\delta p + g_p = 0$$

$$\delta p(x) = \delta p_0(x) + \delta p_1(x)$$

$$\delta p_0(x) = C_1 e^{x/L_p} + C_2 e^{-x/L_p}; \quad \delta p_1(x) = C g_p - \frac{C g_p}{\tau_p} = -g_{p\tau} \Rightarrow$$

$$\delta p(x) = C_1 e^{x/L_p} + C_2 e^{-x/L_p} + \tau_p g_p$$

$x \to \infty$: $\delta n(x) = \delta p(x)$

$$\delta p = C_2 e^{-x/L_p} + \tau_p g_p$$

$x >> L_p$: $\delta p(x) = \tau_p g_p$

$$pn = n_i^2 + (p_0 + n_0 + \tau_p g_p)\tau_p g_p$$

$$np = n_i^2 + G_1 \tau (p_0 + n_0 + 1)$$

5.19 Si, n-тип

$E = 6$ В/см

$L = 5 \cdot 10^{-4}$ см

l - ?

$l = |d| / (1 + \sqrt{1 + d^2/L^2})$, де $d = \frac{2D}{\mu E}$

Вважаємо, що $l = L$

$$1/l = \sqrt{1/\lambda^2 + 1/l_D^2} - 1/\lambda$$

$$\lambda = \frac{2}{E} \cdot \frac{kT}{e} = \frac{2 \cdot 0{,}025}{6} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ см}$$

$$1/l = \sqrt{\frac{1}{l_D^2}} - \frac{1}{\lambda} = 2 \cdot 10^3 - \frac{10^3}{8} \approx 2 \cdot 10^3 \Rightarrow l = 5 \cdot 10^{-4} \text{ см.}$$

Відповідь: $l = 5 \cdot 10^{-4}$ см.

Дано:

$n_0 = 10^{14}$ см$^{-3}$

$\Delta n = 10^{12}$ см$^{-3}$

$n_0^2 = 10^4$ см$^{-3}$

σ - ?

5.14

1) $R_n = \frac{n - n_0}{\tau_n} = \frac{\delta n}{\tau_n}$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = g_n - \frac{n}{\tau_n} + \frac{n_0}{\tau_n}$$

$\sigma = n\mu e$

$\dot{\delta n} = g_n - \frac{\delta n}{\tau}$, тоді:

$$\begin{cases} \delta n_{зр} = \delta n(0)\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \\ \delta n_{сп} = \delta n(0)\, e^{-t/\tau} \end{cases}$$

$$-\left(\frac{dn}{dt}\right)_r = \gamma(n_0 + p_0 + \delta n)\delta n \quad // \ \tau \dot{\delta n} = g_n \tau - (\delta n)^2$$

Розглядаємо спадання:

робимо заміну $\xi = t/\tau \Rightarrow dt = \tau d\xi$

$$\tau \frac{d\delta n}{dt} = g_n \tau - (\delta n)^2$$

$$\frac{d\delta n}{d\xi} = g_n \tau - (\delta n)^2$$

$$\delta n_{зр} = \sqrt{g_n \tau}\, tg\left[\xi\sqrt{g_n \tau} - \sqrt{g_n \tau}\, C_1\right]$$

$$\frac{d\delta n}{d\xi} = -(\delta n)^2 \Rightarrow \frac{d\delta n}{(\delta n)^2} + d\xi = 0 \Leftrightarrow$$

$$-\frac{1}{\delta n} + \xi = C_1 \Rightarrow \delta n = \frac{1}{\xi - C}.$$