

Список интегралов от экспоненциальных функций

Ниже приведён список интегралов (первообразных функций) от экспоненциальной функции. Для более полного списка интегралов смотрите таблицу интегралов и другие списки интегралов. Заметим, что везде опущена аддитивная константа интегрирования.

$$\int e^{cx} dx = \frac{1}{c} e^{cx}$$

$$\int a^{cx} dx = \frac{1}{c \ln a} a^{cx}, \text{ для } a > 0, a \neq 1$$

$$\int x e^{cx} dx = \frac{e^{cx}}{c^2} (cx - 1)$$

$$\int x^2 e^{cx} dx = e^{cx} \left(\frac{x^2}{c} - \frac{2x}{c^2} + \frac{2}{c^3} \right)$$

$$\int x^n e^{cx} dx = \frac{1}{c} x^n e^{cx} - \frac{n}{c} \int x^{n-1} e^{cx} dx$$

$$\int \frac{e^{cx}}{x} dx = \ln|x| + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(cx)^i}{i \cdot i!}$$

$$\int \frac{e^{cx}}{x^n} dx = \frac{1}{n-1} \left(-\frac{e^{cx}}{x^{n-1}} + c \int \frac{e^{cx}}{x^{n-1}} dx \right), \text{ для } n \neq 1$$

$$\int e^{cx} \ln x dx = \frac{1}{c} e^{cx} \ln|x| - \text{Ei}(cx)$$

$$\int e^{cx} \sin bx dx = \frac{e^{cx}}{c^2 + b^2} (c \sin bx - b \cos bx)$$

$$\int e^{cx} \cos bx dx = \frac{e^{cx}}{c^2 + b^2} (c \cos bx + b \sin bx)$$

$$\int e^{cx} \sin^n x dx = \frac{e^{cx} \sin^{n-1} x}{c^2 + n^2} (c \sin x - n \cos x) + \frac{n(n-1)}{c^2 + n^2} \int e^{cx} \sin^{n-2} x dx$$

$$\int e^{cx} \cos^n x dx = \frac{e^{cx} \cos^{n-1} x}{c^2 + n^2} (c \cos x + n \sin x) + \frac{n(n-1)}{c^2 + n^2} \int e^{cx} \cos^{n-2} x dx$$

$$\int x e^{cx^2} dx = \frac{1}{2c} e^{cx^2}$$

$$\int \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2} dx = \frac{1}{2} \left(1 + \text{erf} \frac{x-\mu}{\sigma\sqrt{2}} \right), \text{ где } \text{erf}(\dots) \text{ — функция ошибок}$$

$$\int e^{x^2} dx = e^{x^2} \left(\sum_{r=1}^n \frac{1}{2^r x^{2r-1}} \right) + \frac{2n-1}{2^n} \int \frac{e^{x^2}}{x^{2n}} dx$$

Определённые интегралы

$$\int_0^1 e^{x \cdot \ln a + (1-x) \cdot \ln b} dx = \int_0^1 \left(\frac{a}{b}\right)^x \cdot b dx = \int_0^1 a^x \cdot b^{1-x} dx = \frac{a-b}{\ln a - \ln b} \text{ for}$$

$a > 0, b > 0, a \neq b$, which is the logarithmic mean

$$\int_0^{\infty} e^{-ax} dx = \frac{1}{a}$$

$$\int_0^{\infty} e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{a}} \quad (a > 0) \text{ (интеграл Гаусса)}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \quad (a > 0)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} e^{2bx} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{\frac{b^2}{a}} \quad (a > 0)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x e^{-a(x-b)^2} dx = b \sqrt{\frac{\pi}{a}} \quad (a > 0)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{a^3}} \quad (a > 0)$$

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-ax^2} dx = \begin{cases} \frac{1}{2} \Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right) / a^{\frac{n+1}{2}} & (n > -1, a > 0) \\ \frac{(2k-1)!!}{2^{k+1} a^k} \sqrt{\frac{\pi}{a}} & (n = 2k, k, a > 0) \quad (!! \text{ — двойной факториал}) \\ \frac{k!}{2a^{k+1}} & (n = 2k+1, k, a > 0) \end{cases}$$

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-ax} dx = \begin{cases} \frac{\Gamma(n+1)}{a^{n+1}} & (n > -1, a > 0) \\ \frac{n!}{a^{n+1}} & (n = 0, 1, 2, \dots, a > 0) \end{cases}$$

$$\int_0^{\infty} e^{-ax} \sin bx dx = \frac{b}{a^2 + b^2} \quad (a > 0)$$

$$\int_0^{\infty} e^{-ax} \cos bx dx = \frac{a}{a^2 + b^2} \quad (a > 0)$$

$$\int_0^{\infty} x e^{-ax} \sin bx dx = \frac{2ab}{(a^2 + b^2)^2} \quad (a > 0)$$

$$\int_0^{\infty} x e^{-ax} \cos bx dx = \frac{a^2 - b^2}{(a^2 + b^2)^2} \quad (a > 0)$$

$$\int_0^{2\pi} e^{x \cos \theta} d\theta = 2\pi I_0(x) \quad (I_0 \text{ модифицированная функция Бесселя первого рода})$$

$$\int_0^{2\pi} e^{x \cos \theta + y \sin \theta} d\theta = 2\pi I_0\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)$$

Источники и основные авторы

Список интегралов от экспоненциальных функций *Источник:* <http://ru.wikipedia.org/w/index.php?oldid=30327411> *Редакторы:* Goodrone, Infovarius, Loveless, Nuhets, Prijutme4ty, Ququ, Txus.aparicio, 7 анонимных правок

Лицензия

Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported
<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>
