КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА

Решение задач по теме 3:

«Эрмитовы операторы. Коммутатор операторов»

Основные понятия, законы и формулы

Пусть $\hat{A}$ и $\hat{B}$ – линейные операторы. Если выполняется условие

$$\left(\hat{A}\varphi,\psi\right)=\left(\varphi,\hat{B}\psi\right),$$

то говорят, что операторы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ *сопряжены* друг к другу. $\hat{A}=\hat{B}^{+}$ и $\hat{A}^{+}=\hat{B}$, индекс «+» означает знак сопряжения.

Оператор $\hat{L}$ называется *эрмитовым (самосопряженным)*, если $\hat{L}^{+}=\hat{L}$, т.е.

$$\left(\hat{L}\varphi,\psi\right)=\left(\varphi,\hat{L}\psi\right).$$

Коммутатор операторов $\hat{A}$ и $\hat{B}$

$$\left[\hat{A};\hat{B}\right]=\hat{A}\hat{B}-\hat{B}\hat{A}.$$

Квантовые скобки Пуассона связаны с оператором Гамильтона $\hat{H}$ соотношением

$$\left\{\hat{H};\hat{L}^{2}\right\}=\frac{i}{\hbar}\left[\hat{H};\hat{L}^{2}\right]=\frac{i}{\hbar}\left(\hat{H}\hat{L}^{2}-\hat{L}^{2}\hat{H}\right).$$